BUDOWNICTWO

W Y D A W N I C T W O

CZASOPISMO TECHNICZNE

TECHNICAL TRANSACTIONS

1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

P O L I T E C H N I K I K R A K O W S K I E J

CIVIL ENGINEERING

BUDOWNICTWO

W Y D A W N I C T W O
P O L I T E C H N I K I K R A K O W S K I E J

Przewodniczący Kolegium Redakcyjnego Wydawnictwa Politechniki Krakowskiej Jan Kazior *Chairman of the Cracow University of Technology Press Editorial Board*

Przewodniczący Kolegium Redakcyjnego Wydawnictw Naukowych Józef Nizioł *Chairman of the Editorial Board*

Architektura	Dariusz Kozłowski	*Architecture*
Budownictwo	Marek Piekarczyk	*Civil Engineering*
Chemia	Krzysztof Pielichowski	*Chemistry*
Elektrotechnika	Tadeusz J. Sobczyk	*Electrical Engineering*
Informatyka	Krzysztof Sapiecha	*Computer Science and Information Systems*
Mechanika	Rafał Palej	*Mechanics*
Nauki Podstawowe	Antoni Ostoja-Gajewski	*Fundamental Sciences*
Środowisko	Stanisław Kandefer	*Environmental Engineering*

Sekretarz Sekcji Dorota Sapek *Section Editor*
Opracowanie redakcyjne Aleksandra Urzędowska *Editorial Compilation*

©Copyright by Politechnika Krakowska
Kraków 2012

CZASOPISMO TECHNICZNE TECHNICAL TRANSACTIONS

Wersją pierwotną Czasopisma Technicznego jest wersja on-line

ISSN 0011-4561
ISSN 1897-628X

Wydawnictwo jest rejestrowane w bazie danych BazTech ***http://baztech.icm.edu.pl***

The CUT Press is registered in the database BazTech ***http://baztech.icm.edu.pl***

Wydawnictwo PK, ul. Skarżyńskiego 1, 31-866 Kraków
tel.: 012 628 37 25; fax: 012 628 37 60
e-mail: wydawnictwo@pk.edu.pl
Adres do korespondencji: ul. Warszawska 24
31-155 Kraków

Projekt okładki: Jerzy Stefan

Druk i oprawę wykonano
w Dziale Poligrafii Politechniki Krakowskiej
Ark. wyd. 8. Ark. druk. 10,5
Podpisano do druku: 6.07.2012
Zam. 30/12 Nakład 75 egz.

1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

CIVIL ENGINEERING

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

HENRYK CIUREJ*

INTERAKCJA INERCYJNYCH OBCIĄŻEŃ RUCHOMYCH I KŁADKI DLA PIESZYCH

INTERACTION AMONG MOVING INERTIAL LOADS AND FOOTBRIDGE

Streszczenie

Celem niniejszego artykułu jest sformułowanie równań opisujących interakcję ruchomych obciążeń inercyjnych pieszych i rowerzystów z kładką dla pieszych. Uwzględniono również podukład masowych tłumików drgań. Zastosowano podejście *substructure*. W pierwszym etapie przedstawiono równania ruchu wszystkich rodzajów podukładów wchodzących w interakcję. Przedstawiono podstawowe zależności macierzowe opisujące interakcję tych ciał z pomostem kładki. Pokazane zależności pozwalają analizować odpowiedź konstrukcji przy jednoczesnym uwzględnieniu działania sił zmiennych w czasie i przestrzeni, ruchomych obciążeń inercyjnych, działania masowych tłumików drgań, oddziaływań kinematycznych.

Słowa kluczowe: kładki dla pieszych, dynamika, interakcja, ruchome obciążenia inercyjne, masowe tłumiki drgań

Abstract

The aim of the paper is formulation of equations expressing interaction among moving inertial loads of pedestrians and cyclists and a footbridge. The equations of motion of all interacting structures was shown. The fundamental matrices relations representing the interaction of all substructures and a deck was presented. The shown formulas allow to analysis of responses of structures with simultaneous excitations of forces changing in time and space, inertial moving loads, tuned mass dampers and kinematic excitations.

Keywords: footbridge, dynamic, interaction, moving inertial loads, tuned mass damper

* Dr inż. Henryk Ciurej, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Dynamika mostów dla pieszych pozostaje ciągle przedmiotem badań teoretycznych i doświadczalnych. Drgania tych konstrukcji wywołane są przede wszystkim ruchem użytkowników (pojedynczych pieszych, tłumem pieszych, rowerzystów itp.) oraz działaniem wiatru. Zadaniem projektanta jest takie zaprojektowanie konstrukcji, aby ograniczyć poziom drgań i spełnić kryteria komfortu użytkowania. Można to osiągnąć przez modyfikację układu nośnego (kształt, sztywność, podparcia, rozkład mas) lub/i poprzez użycie masowych tłumików drgań (Tuned Mass Dampers – TMDs) [5].

Zagadnienie analizy dynamicznej kładek przy wymuszeniu użytkowym staje się aktualne, jeśli weźmiemy pod uwagę współczesne trendy architektury preferujące lekkie, często geometrycznie wyrafinowane układy nośne. Wymagania architektoniczne powodują, że swoboda lokalizacji TMDs jest ograniczona. W przypadku lekkich układów nośnych, dodatkowe komplikacje wynikają z faktu, że poruszające się obciążenie (tłum pieszych), oddziałując na konstrukcję nie tylko jako poruszający się zestaw sił zmiennych w czasie i przestrzeni, ale także poprzez zmianę rozmieszczenia masy, może prowadzić do przestrojenia częstotliwości drgań własnych ustroju. Zmiana tych częstotliwości istotnie obniża skuteczność zastosowanych TMDs [5, 6].

Dlatego też już na etapie projektowania należy wyznaczyć odpowiedź dynamiczną kładki przy ruchomym wymuszeniu inercyjnym. W przypadku lekkich konstrukcji kładek modelowanie pieszych i ich ruchu jako zbioru sił zmiennych w czasie i przestrzeni oddziałujących na pomost może być niewystarczające [23]. W takich konstrukcjach bardziej miarodajne jest modelowanie pieszych i/lub rowerzystów jako ruchome obciążenie inercyjne[1] [5].

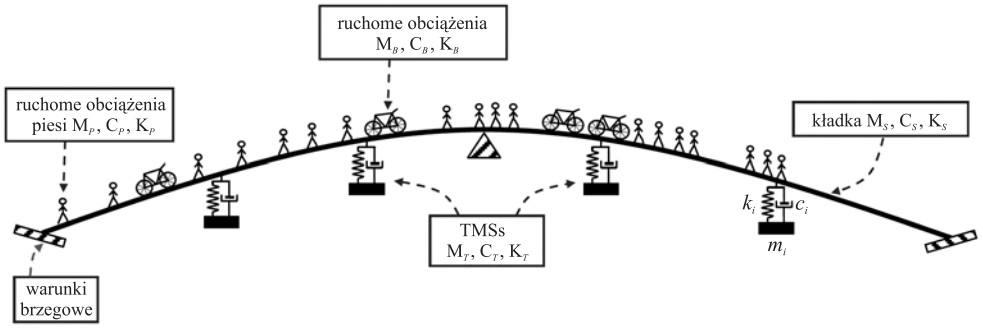
Celem niniejszego artykułu jest teoretyczne sformułowanie równań ruchu układu złożonego z wielu ciał. W pierwszym etapie przedstawiono równania ruchu wszystkich rodzajów podukładów wchodzących w interakcję, tj. kładki dla pieszych, pieszego (zbioru pieszych), rowerzystów, zespołu tłumików masowych. Wyprowadzono podstawowe zależności macierzowe opisujące interakcję tych ciał z pomostem kładki. Zależności te prowadzą do finalnego układu równań ruchu. Rozwiązanie tego układu umożliwia uzyskanie przemieszczeń, prędkości i przyspieszeń modelowanych elementów; ponadto można określić wielkości sił interakcji pomiędzy ciałami oraz sił reakcji samej konstrukcji kładki na podpory. Otrzymane wielkości mogą zostać porównane np. z dopuszczalnymi warunkami komfortu użytkowania, a także mogą zostać użyte w samym procesie projektowania np. do optymalnego rozmieszczenia TMDs oraz wyliczenia najlepszych parametrów tych urządzeń.

---

[1] Należy zaznaczyć, że włączenie do analizy modeli rowerów (rowerzysty) jest jedynie uzupełnieniem podstawowego obciążenia jakim są piesi (tłum). Z punktu widzenia praktycznego, obciążenie rowerzystami jest drugorzędne (mało znaczące) – poza wyjątkowymi sytuacjami przejazdu licznych grup rowerzystów (np. peletonu) przez kładkę – jednak wówczas nie analizuje się warunków komfortu użytkowania [1, 11].

2. Podstruktury układu

Na rys. 1 przedstawiono schemat rozważanej konstrukcji z wyróżnionymi podukładami. Na kładkę reprezentowaną przez macierze $\mathbf{M}_S$, $\mathbf{C}_S$, $\mathbf{K}_S$ oddziałują: inercyjne obciążenia ruchome pieszych reprezentowane przez macierze $\mathbf{M}_P$, $\mathbf{C}_P$, $\mathbf{K}_P$; rowerów – reprezentowane przez macierze $\mathbf{M}_B$, $\mathbf{C}_B$, $\mathbf{K}_B$. Ponadto do konstrukcji dołączono zespół TMDs reprezentowany przez macierze $\mathbf{M}_T$, $\mathbf{C}_T$, $\mathbf{K}_T$, gdzie każdy *i*-ty TMD modelowano trzema parametrami k_i, c_i, m_i. Kolejne grupy wymienionych macierzy reprezentują wyróżnione podukłady.



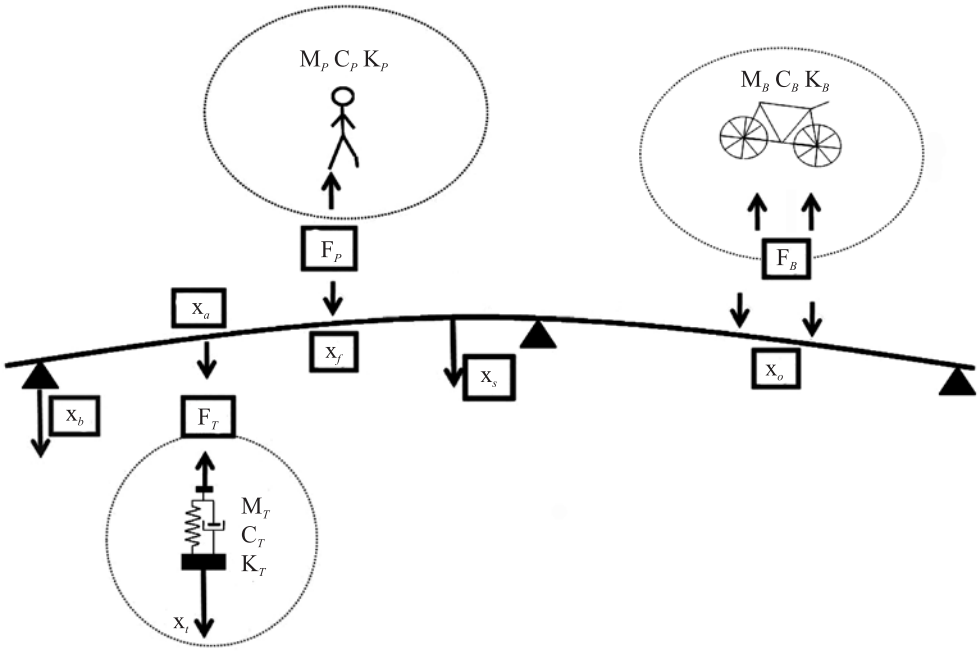
Rys. 1. Schemat konstrukcji z wyróżnionymi podukładami

Fig. 1. General object structure with depicted substructures

Model uwzględniający interakcje pomiędzy wszystkimi rodzajami ruchomych obiektów powstaje po wyróżnieniu zewnętrznych i wewnętrznych stopni swobody ciał i przy założeniu zgodności przemieszczeń zewnętrznych stopni swobody ruchomych modeli z przemieszczeniami odpowiednich stopni swobody pomostu kładki (więzy idealne i dwustronne) – rys. 2. Zastosowano tu podejście *substructure*, w którym oddzielnie buduje się modele obiektów wchodzących w interakcję, a następnie poprzez warunki zgodności przemieszczeń i wzajemności oddziaływania, buduje się ostateczny układ równań ruchu całego, złożonego systemu – w tym układzie nie występują już zewnętrzne stopnie swobody wyróżnionych podukładów [2–4, 17]. W modelu końcowym możliwa jest analiza ruchu wszystkich elementów składowych złożonego układu: kładka–inercyjne modele ruchome – TMDs. Pracą podejmującą podobny fizycznie temat jest [16], w której analizowano dynamikę belkowych mostów kolejowych obciążonych pociągami szybkobieżnymi. Wyprowadzono tam zależności macierzowe ukierunkowane na obliczenia numeryczne.

Lokomocję pieszych czy rowerów po pomoście kładki opisuje się innymi prawami – najczęściej nie sprzężonymi z ruchem pomostu. Przez lokomocję rozumie się tu ruch translacyjny (poruszanie się) pieszego (roweru). Skutkiem tego ruchu jest zmiana położenia pieszego (roweru) odniesiona do lokalnego układu współrzędnych związanego z pomostem kładki, tym samym więzy, tj. warunki zgodności przemieszczeń odpowiednich podukładów, są zależne od czasu. Termin lokomocja wprowadza się w celu odróżnienia go od ruchu pieszego (roweru) rozumianego jako przemieszczanie się mas będących składnikami ich własnego modelu dynamicznego. W najprostszym ujęciu lokomocję pieszych (rowerzystów) można opisać jako zależność pokonywanej drogi od czasu w ustalonym, nieruchomym układzie odniesienia (ξ, η) związanym z pomostem kładki w konfiguracji równowagi statycznej. Tak rozumiany

ruch wszystkich podukładów opisuje się jak w klasycznym MES: globalny układ współrzędnych jest nieruchomy (inercjalny), zaś lokalne układy współrzędnych elementów skończonych są układami ruchomymi, nieinercjalnymi [18]. Ostatecznie lokomocja pieszych (rowerów) po pomoście kładki powoduje, że układ posiada zmienną konfigurację.



Rys. 2. Podział układu na podukłady z wyróżnionymi siłami zewnętrznymi

Fig. 2. Division of general system into subsystems with depicted external forces

Finalny model pozostaje liniowy – opisany jest macierzami $\mathbf{M}(t)$, $\mathbf{C}(t)$, $\mathbf{K}(t)$, które są niestacjonarne i w ogólnym przypadku niesymetryczne.

3. Podukład kładki dla pieszych

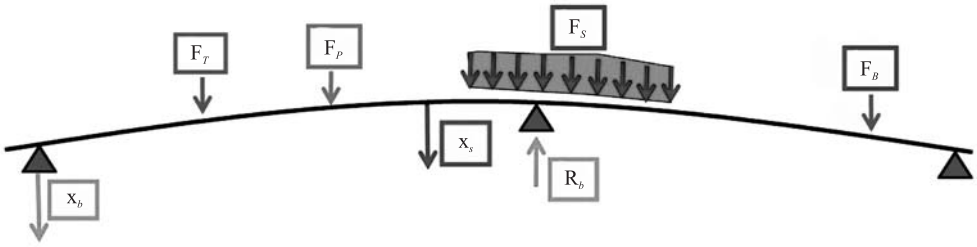
Dynamikę kładki dla pieszych opisano równaniem (1) – zob. rys. 3:

$$\mathbf{M}_S\ddot{\mathbf{x}}_S(t)+\mathbf{C}_S\dot{\mathbf{x}}_S(t)+\mathbf{K}_S\mathbf{x}_S(t)=\mathbf{F}_S(t)+\mathbf{R}_S(t)+\mathbf{F}_T(t)+\mathbf{F}_P(t)+\mathbf{F}_B(t) \tag{1}$$

gdzie: przemieszczenia konstrukcji – wektor $\mathbf{x}_S(t)$ – rozdzielono na wewnętrzne stopnie swobody $\mathbf{x}_s(t)$ i zewnętrzne $\mathbf{x}_b(t)$ związane z brzegiem (podporami). Podobnie rozdzielono siły odpowiadające poszczególnym stopniom swobody:

$$\mathbf{x}_S=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_s\\ \mathbf{x}_b\end{bmatrix},\ \mathbf{F}_S=\begin{bmatrix}\mathbf{f}_s\\ \mathbf{f}_b\end{bmatrix},\ \mathbf{R}_S=\begin{bmatrix}0\\ -\mathbf{R}_b\end{bmatrix},\ \mathbf{F}_T=\begin{bmatrix}\mathbf{f}_{Ts}\\ \mathbf{f}_{Tb}\end{bmatrix},\ \mathbf{F}_P=\begin{bmatrix}\mathbf{f}_{Ps}\\ \mathbf{f}_{Pb}\end{bmatrix},\ \mathbf{F}_B=\begin{bmatrix}\mathbf{f}_{Bs}\\ \mathbf{f}_{Bb}\end{bmatrix} \tag{2}$$

Wektor $\mathbf{F}_S$ – to siły działające na kładkę (statyczne i dynamiczne obciążenia np.: wiatr, śnieg, obciążenia technologiczne itp.), wektor $\mathbf{R}_S$ to reakcje podpór kładki, wektor $\mathbf{F}_T$ oznacza siły interakcji pomiędzy kładką a zbiorem TMDs, wektory $\mathbf{F}_P$, $\mathbf{F}_B$ oznaczają siły interakcji pomiędzy kładką a układami inercyjnymi odpowiednio zbioru pieszych i rowerów poruszającymi się po kładce (rys. 3). Konsekwentnie podziałowi ulegają macierze $\mathbf{M}_S$, $\mathbf{C}_S$, $\mathbf{K}_S$ reprezentujące konstrukcję – wzór (3), przy czym: $\mathbf{M}_S$ – oznacza macierz bezwładności, $\mathbf{C}_S$ – macierz tłumienia, a $\mathbf{K}_S$ – macierz sztywności kładki.



Rys. 3. Siły oddziałujące na konstrukcję kładki

Fig. 3. Forces acting on a footbridge

$$\mathbf{M}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sb} \\ \mathbf{M}_{bs} & \mathbf{M}_{bb} \end{bmatrix},\ \mathbf{C}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{ss} & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{bs} & \mathbf{C}_{bb} \end{bmatrix},\ \mathbf{K}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ss} & \mathbf{K}_{sb} \\ \mathbf{K}_{bs} & \mathbf{K}_{bb} \end{bmatrix} \text{ i } (\bullet)_{bs} = (\bullet)_{sb}^T \tag{3}$$

Wymienione macierze są symetryczne, stacjonarne, a podmacierz $\mathbf{K}_{ss}$ jest dodatnio określona. Tak ogólny sposób reprezentacji układu (1) może być wynikiem zastosowania metody elementów skończonych (MES). Dodatkowo pozwala on na analizę konstrukcji przy wymuszeniach kinematycznych, tj. przy $\mathbf{x}_b(t) \neq \mathbf{0}$ (osiadania lub wpływy sejsmiczne). Po uwzględnieniu w (1) zależności (2) (3) oraz rozwinięciu można zapisać:

$$\begin{cases} \mathbf{M}_{ss}\ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_{ss}\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_{ss}\mathbf{x}_s = \mathbf{f}_s + \mathbf{f}_{Ts} + \mathbf{f}_{Ps} + \mathbf{f}_{Bs} - \check{\mathbf{Q}}_b \\ \hat{\mathbf{Q}}_b = \mathbf{M}_{sb}\ddot{\mathbf{x}}_b + \mathbf{C}_{sb}\dot{\mathbf{x}}_b + \mathbf{K}_{sb}\mathbf{x}_b \\ \hat{\mathbf{Q}}_s = \mathbf{M}_{bs}\ddot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{C}_{bs}\dot{\mathbf{x}}_s + \mathbf{K}_{bs}\mathbf{x}_s \\ \hat{\mathbf{Q}}_b = \mathbf{M}_{bb}\ddot{\mathbf{x}}_b + \mathbf{C}_{bb}\dot{\mathbf{x}}_b + \mathbf{K}_{bb}\mathbf{x}_b \\ \mathbf{R}_b = \mathbf{f}_b + \mathbf{f}_{Tb} + \mathbf{f}_{Pb} + \mathbf{f}_{Bb} - \check{\mathbf{Q}}_s - \hat{\mathbf{Q}}_b \end{cases} \tag{4}$$

gdzie pierwsze równanie opisuje ruch wewnętrznych stopni swobody kładki – niewiadomymi są przemieszczenia $\mathbf{x}_s$ i ich pochodne względem t; ostatnie równanie pozwala obliczyć reakcje podporowe $\mathbf{R}_b$. Oba równania zawierają siły interakcji z pozostałymi obiektami poruszającymi się po pomoście, a celem dalszych analitycznych wyliczeń jest podstawienie tych sił do wzoru (4), po wcześniejszym ich wyliczeniu z równań odpowiednich podukładów.

4. Równania ruchu i lokomocji obciążeń inercyjnych na kładkach dla pieszych

4.1. Podkład tłumu

4.1.1. Równania ruchu podukładu tłumu

Równanie ruchu podukładu tłumu jako obciążenia inercyjnego można zapisać w postaci równania (5):

$$\mathbf{M}_P\ddot{\mathbf{x}}_P(t)+\mathbf{C}_P\dot{\mathbf{x}}_P(t)+\mathbf{K}_P\mathbf{x}_P(t)=\mathbf{P}_P(t)+\mathbf{R}_P(t) \tag{5}$$

gdzie: przemieszczenia rozważanego podukładu – wektor $\mathbf{x}_P(t)$ – rozdzielono na wewnętrzne stopnie swobody podukładu $\mathbf{x}_p(t)$ i zewnętrzne $\mathbf{x}_f(t)$ związane ze stopami pojedynczych pieszych – w miejscach ich kontaktu z pomostem kładki zapisuje się warunki zgodności przemieszczeń. Analogicznie do (2) dokonano rozdziału zmiennych:

$$\mathbf{x}_P=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_p\\ \mathbf{x}_f\end{bmatrix},\ \mathbf{P}_P=\begin{bmatrix}\mathbf{p}_p\\ \mathbf{p}_f\end{bmatrix},\ \mathbf{R}_P=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ -\mathbf{R}_f\end{bmatrix} \tag{6}$$

oraz konsekwentnie (jak w (3)) rozdzielono macierze:

$$\mathbf{M}_P=\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{pp}\ \mathbf{M}_{pf}\\ \mathbf{M}_{fp}\ \mathbf{M}_{ff}\end{bmatrix},\ \mathbf{C}_P=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{pp}\ \mathbf{C}_{pf}\\ \mathbf{C}_{fp}\ \mathbf{C}_{ff}\end{bmatrix},\ \mathbf{K}_P=\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{pp}\ \mathbf{K}_{pf}\\ \mathbf{K}_{fp}\ \mathbf{K}_{ff}\end{bmatrix}\ \text{i}\ (\bullet)_{pf}=(\bullet)_{fp}^T \tag{7}$$

Wymienione macierze są symetryczne, stacjonarne, a podmacierz $\mathbf{K}_{pp}$ jest dodatnio określona. Po uwzględnieniu w (5) zależności (6) (7) oraz rozwinięciu można zapisać:

$$\begin{cases}\mathbf{M}_{pp}\ddot{\mathbf{x}}_p+\mathbf{C}_{pp}\dot{\mathbf{x}}_p+\mathbf{K}_{pp}\mathbf{x}_p=\mathbf{p}_p-\check{\mathbf{Q}}_f\\ \hat{\mathbf{Q}}_f=\mathbf{M}_{pf}\ddot{\mathbf{x}}_f+\mathbf{C}_{pf}\dot{\mathbf{x}}_f+\mathbf{K}_{pf}\mathbf{x}_f\\ \hat{\mathbf{Q}}_p=\mathbf{M}_{fp}\ddot{\mathbf{x}}_p+\mathbf{C}_{fp}\dot{\mathbf{x}}_p+\mathbf{K}_{fp}\mathbf{x}_p\\ \hat{\mathbf{Q}}_f=\mathbf{M}_{ff}\ddot{\mathbf{x}}_f+\mathbf{C}_{ff}\dot{\mathbf{x}}_f+\mathbf{K}_{ff}\mathbf{x}_f\\ \mathbf{R}_f=\mathbf{p}_f-\check{\mathbf{Q}}_p-\hat{\mathbf{Q}}_f\end{cases} \tag{8}$$

gdzie pierwsze równanie macierzowe opisuje ruch wewnętrznych stopni swobody modelu dynamicznego podukładu tłumu – niewiadomymi są przemieszczenia $\mathbf{x}_p$ i ich pochodne względem t, ostatnie równanie pozwala obliczyć reakcje $\mathbf{R}_f$ oddziaływania stóp pieszych w miejscach ich kontaktu z pomostem. Oba równania zawierają przemieszczenia stóp $\mathbf{x}_f$ i ich pochodne, które są związane ze stopniami swobody kładki $\mathbf{x}_S$ poprzez macierz transformacji $\mathbf{Z}$ zależną od zmiennego w czasie położenia (lokomocji) tłumu odniesionego do lokalnego układu współrzędnych związanego z pomostem kładki:

$$\mathbf{x}_f(t)=\mathbf{Z}\left[\boldsymbol{\xi}(t),\boldsymbol{\eta}(t)\right]\mathbf{x}_S(t) \tag{9}$$

Z kolei siły interakcji zależą od macierzy $\mathbf{Z}^T$:

$$\mathbf{F}_P(t) = \mathbf{Z}^T\left[\boldsymbol{\xi}(t), \boldsymbol{\eta}(t)\right]\mathbf{R}_f(t) \tag{10}$$

Obie relacje (9) (10) opisują zgodność przemieszczeń i sił w punkcie kontaktu podukładu z konstrukcją. Występujące w (8) absolutne pochodne przemieszczeń $\mathbf{x}_f$, dane są wzorami:

$$\dot{\mathbf{x}}_f = \dot{\mathbf{Z}}\mathbf{x}_S + \mathbf{Z}\dot{\mathbf{x}}_S, \quad \ddot{\mathbf{x}}_f = \ddot{\mathbf{Z}}\mathbf{x}_S + 2\dot{\mathbf{Z}}\dot{\mathbf{x}}_S + \mathbf{Z}\ddot{\mathbf{x}}_S \tag{11}$$

Przedstawione równanie (5) jest formułą, do której można sprowadzić cały podukład tłumu złożony z L_p pieszych oraz pozostaje w mocy także dla każdego pojedynczego pieszego.

Załóżmy, że dla każdego *n*-tego pieszego są znane składowe aktualnego położenia $\xi_{[n]}(t), \eta_{[n]}(t)$ odniesionego do lokalnego układu współrzędnych związanego z pomostem oraz aktualne prędkości lokomocji $\dot{\xi}_{[n]}(t), \dot{\eta}_{[n]}(t)$. Prędkości oraz położenia są wyliczone z rozwiązania odrębnych równań lokomocji podukładu tłumu (zob. rozdz. 4.1.2).

Równanie ruchu poruszającego się po pomoście *n*-tego pieszego analogicznie do (5) można zapisać:

$$\mathbf{M}_{P[n]}\ddot{\mathbf{x}}_{P[n]} + \mathbf{C}_{P[n]}\dot{\mathbf{x}}_{P[n]} + \mathbf{K}_{P[n]}\mathbf{x}_{P[n]} = \mathbf{P}_{P[n]} + \mathbf{R}_{P[n]} \quad \forall n = 1,...,L_p \tag{12}$$

Mając na uwadze wzory (6) (7), wprowadza się następujące uporządkowanie zmiennych:

$$\mathbf{x}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{p[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{p[L_p]} \end{bmatrix} \sum_{n=1}^{L_p} N_{p[n]}, \quad \mathbf{x}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{f[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{f[L_p]} \end{bmatrix} \sum_{n=1}^{L_p} N_{f[n]}, \quad \mathbf{R}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{f[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{f[L_p]} \end{bmatrix} \sum_{n=1}^{L_p} N_{f[n]} \tag{13}$$

We wzorze (13) wielkości $N_{f[n]}$ oraz $N_{p[n]}$ oznaczają odpowiednio liczby zewnętrznych i wewnętrznych stopni swobody *n*-tego pieszego – w ogólności może zachodzić:

$$\forall_{n_1 \neq n_2} N_{f[n_1]} \neq N_{f[n_2]} \text{ oraz } N_{p[n_1]} \neq N_{p[n_2]}$$

Ponadto dla każdego *n*-tego pieszego znana jest macierz transformacji $\mathbf{Z}_{[n]}$, a także relacje zgodności przemieszczeń i reakcji:

$$\mathbf{x}_{f[n]}(t) = \mathbf{Z}_{[n]}\left[\xi_{[n]}(t), \eta_{[n]}(t)\right]\mathbf{x}_S(t), \quad \mathbf{F}_{P[n]}(t) = \mathbf{Z}_{[n]}^T\mathbf{R}_{f[n]} \tag{14}$$

gdzie uwzględniając (13), można zapisać:

$$\mathbf{x}_f = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{Z}_{[L_p]} \end{bmatrix}\mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{fs[1]} & \mathbf{Z}_{fb[1]} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{Z}_{fs[L_p]} & \mathbf{Z}_{fb[L_p]} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_P = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{Ps} \\ \mathbf{f}_{Pb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Z}_{sf[1]} & \cdots & \mathbf{Z}_{sf[Lp]} \\ \mathbf{Z}_{bf[1]} & \cdots & \mathbf{Z}_{bf[Lp]} \end{bmatrix}\mathbf{R}_f \tag{15}$$

W powyższym wzorze (15) ujawnia się struktura macierzy $\mathbf{Z}$ z równań (9) (10), przy czym $\mathbf{Z}_{fb[n]} = \mathbf{Z}_{bf[n]}^T$ oraz $\mathbf{Z}_{fs[n]} = \mathbf{Z}_{sf[n]}^T, n = 1, ..., L_p$. Wobec tego odpowiednio prawdziwe są dla każdego *n*-tego pieszego poniższe wzory (analogicznie do (11)):

$$\dot{\mathbf{x}}_{f[n]} = \dot{\mathbf{Z}}_{[n]}\mathbf{x}_S + \mathbf{Z}_{[n]}\dot{\mathbf{x}}_S, \quad \ddot{\mathbf{x}}_{f[n]} = \ddot{\mathbf{Z}}_{[n]}\mathbf{x}_S + 2\dot{\mathbf{Z}}_{[n]}\dot{\mathbf{x}}_S + \mathbf{Z}_{[n]}\ddot{\mathbf{x}}_S \tag{16}$$

gdzie (zob. wzór (14)):

$$\dot{\mathbf{Z}}_{[n]} = \mathbf{Z}_{[n]'\xi_{[n]}}\dot{\xi}_{[n]} + \mathbf{Z}_{[n]'\eta_{[n]}}\dot{\eta}_{[n]} \tag{17}$$

$$\ddot{\mathbf{Z}}_{[n]} = \mathbf{Z}_{[n]'\xi_{[n]}\xi_{[n]}}\dot{\xi}_{[n]}^2 + 2\mathbf{Z}_{[n]'\xi_{[n]}\eta_{[n]}}\dot{\xi}_{[n]}\dot{\eta}_{[n]} + \mathbf{Z}_{[n]'\eta_{[n]}\eta_{[n]}}\dot{\eta}_{[n]}^2 + \mathbf{Z}_{[n]'\xi_{[n]}}\ddot{\xi}_{[n]} + \mathbf{Z}_{[n]'\eta_{[n]}}\ddot{\eta}_{[n]} \tag{18}$$

przy czym:

$$\begin{aligned} &\mathbf{Z}_{[n]'\xi_{[n]}} = \frac{\partial \mathbf{Z}_{[n]}}{\partial \xi_{[n]}}, \quad \mathbf{Z}_{[n]'\xi_{[n]}\xi_{[n]}} = \frac{\partial^2 \mathbf{Z}_{[n]}}{\partial \xi_{[n]}^2}, \quad \mathbf{Z}_{[n]'\eta_{[n]}} = \frac{\partial \mathbf{Z}_{[n]}}{\partial \eta_{[n]}} \\ &\mathbf{Z}_{[n]'\eta_{[n]}\eta_{[n]}} = \frac{\partial^2 \mathbf{Z}_{[n]}}{\partial \eta_{[n]}^2}, \quad \mathbf{Z}_{[n]'\xi_{[n]}\eta_{[n]}} = \frac{\partial^2 \mathbf{Z}_{[n]}}{\partial \xi_{[n]}\partial \eta_{[n]}} \end{aligned} \tag{19}$$

Przy tak dokonanym rozdziale zmiennych w (13) poszczególne podmacierze macierzy sztywności $\mathbf{K}_P$ w (7) wyrażają się wzorami:

$$\mathbf{K}_{pp} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pp[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{pp[Lp]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{ff} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ff[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{ff[Lp]} \end{bmatrix} \tag{20}$$

$$\mathbf{K}_{pf} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{pf[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{pf[Lp]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{pf} = \mathbf{K}_{fp}^T \tag{21}$$

Analogicznie zbudowane są podmacierze macierzy tłumienia $\mathbf{C}_P$ i bezwładności $\mathbf{M}_P$ podukładu tłumu – wzór (7).

4.1.2. Równania lokomocji tłumu

Odrębnej dyskusji wymaga opis lokomocji pieszych po moście. Można tu wyróżnić dwa ogólne podejścia. Pierwsze polega na opisie lokomocji tłumu równaniami przepływu, w których gęstość masy (dla klasycznego sformułowania) zastępuje gęstość tłumu (lub gęstości kilku strumieni pieszych). Równania przepływu w tym podejściu modyfikowane są odpowiednimi funkcjami i współczynnikami m.in. maksymalną dopuszczalną gęstością tłumu, maksymalną prędkością, czy współczynnikiem wrażliwości z uwagi na cel podróży[2] [10, 14]. Należy sformułować też warunki początkowo-brzegowe. W bardziej zaawansowanych modelach wprowadza się funkcje modyfikujące zachowanie się strumieni pieszych z uwagi

[2] Zwykle jest to przeciwna strona kładki, np. po drugiej stronie rzeki lub przekraczanej przeszkody.

na uwarunkowania psychofizyczne i socjologiczne [15]. Jednakże w tym podejściu istnieje trudność z wprowadzeniem do analizy indywidualnego pieszego.

Drugi sposób opisu lokomocji tłumu polega na sformułowaniu prawa lokomocji każdego indywidualnego pieszego (zwanego *agentem*) – prawa uwzględniającego interakcję pieszego ze zmiennym środowiskiem zewnętrznym oraz wprowadzającego indywidualne cechy każdego osobnika, takie jak: uwarunkowania psychofizyczne, socjologiczne, odporność na panikę itp. Do uwarunkowań zewnętrznych środowiska należą: inni piesi tworzący tłum, zbiór geometrycznych ograniczeń lokomocji (np. przeszkody, bariery) oraz możliwe drogi wejścia i wyjścia z analizowanego obszaru lokomocji. W tym zakresie dobrze opracowanym modelem tłumu jest HiDAC (*High–Density Autonomous Crowds*) [20, 21], w którym wszystkie wymienione wcześniej czynniki mogą być zmienne w czasie i przestrzeni, tworząc tym samym zmienne środowisko, w którym porusza się pieszy i wchodząc z nim w interakcję, np. unikając kolizji, reagując na omijanych i wyprzedzanych przechodniów, dynamicznie zmieniają prędkość i kierunek lokomocji, dostosowując się do aktualnej sytuacji w bliskim otoczeniu.

Model HiDAC jest jednym z najbardziej rozbudowanych i jednocześnie najchętniej stosowanych opisów zachowania się tłumu[3], a w kontekście omawianej problematyki interakcji pieszego z konstrukcją – istnieje w nim naturalna możliwość analizy oddzielnie każdego *n*-tego pieszego. Kolejną dogodnością modelu HiDAC jest operowanie terminologią zbliżoną do stosowanej w dynamice cząstek oraz formalizmem równań stanu jak w klasycznych systemach dynamicznych. Przy czym analogiem cząstki jest tu pieszy, a interakcje ze środowiskiem są modelowane jako „siły”[4]. Pełny opis modelu HiDAC wykracza poza cel i zakres niniejszego artykułu, niemniej podano niżej podstawowe dwa równania stanu z pobieżnym ich wyjaśnieniem[5]. Zapis równań stanu modelu HiDAC przedstawiono tu w formie zaczerpniętej z [20]. Pierwszym równaniem jest bilans oddziaływań na *n*-tego pieszego w aktualnym *k*-tym kroku czasowym:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}^{To}_{[n]}(k) &= \mathbf{F}^{To}_{[n]}(k-1) + w^{At}_{[n]}\mathbf{F}^{At}_{[n]}(k) + w^{Wa}_{[n]}\sum_{i}\mathbf{F}^{Wa}_{i[n]}(k) + \\ &+ w^{Ob}_{[n]}\sum_{j}\mathbf{F}^{Ob}_{j[n]}(k) + w^{Ot}_{[n]}\sum_{[r](\neq[n])}\mathbf{F}^{Ot}_{[r][n]}(k)\end{aligned} \tag{22}$$

gdzie:

$\mathbf{F}^{To}_{[n]}$ – kierunek (wektor) oddziaływania na pieszego,

$\mathbf{F}^{At}_{[n]}$ – „siła przyciągania” do aktualnego celu lokomocji (może on być zmienny),

$\mathbf{F}^{Wa}_{i[n]}$ – „siła unikania” od *i*-tej ściany lub barierki,

---

[3] Zastosowanie modelu HiDAC wykracza znacznie poza prezentowaną tu tematykę lokomocji. Służy m.in. do symulacji i badania zjawiska paniki oraz jego narastania w tłumie; znajdywania najlepszych dróg ewakuacji w rozmaitych warunkach ekstremalnych (różna gęstość tłumu, warunki pożaru, zamachy terrorystyczne itp.); symulacji lokomocji pieszych w sklepach, galeriach, obiektach przemysłowych itp.

[4] Nie należy ich rozumieć w sensie fizycznej siły mierzonej w niutonach, w szczególności nie zachodzi tu relacja wzajemności jak w III zasadzie dynamiki. Dlatego w opisie prezentowanych tu wzorów słowo *siły* wzięto w cudzysłów.

[5] Pełne sformułowanie i opis modelu HiDAC można znaleźć w cytowanej tu literaturze oraz dodatkowo w [19, 22].

$\mathbf{F}^{Ob}_{j[n]}$ – „siła unikania" od *j*-tej przeszkody (np. stojące przedmioty lub tymczasowe utrudnienia ruchu natury geometrycznej),

$\mathbf{F}^{Ot}_{[r][n]}$ – „siły unikania" od *r*-tego pieszego, który znalazł się w zdefiniowanym obszarze interakcji z *n*-tym pieszym.

Uwidocznione współczynniki $w^{\bullet\bullet}_{[n]}$ określające udział poszczególnych oddziaływań w całej sumie (22) mają wartości losowe z zakresu ustalonego empirycznie.

Drugie równanie określa nowe położenie *n*-tego pieszego:

$$\begin{aligned}&\mathbf{p}_{[n]}(k+1) = \mathbf{p}_{[n]}(k) + \\ &+\alpha_{[n]}(k)\left|\mathbf{v}_{[n]}(k)\right|\left\{\left[1-\beta_{[n]}(k)\right]\mathbf{f}^{To}_{[n]}(k) + \beta_{[n]}(k)\mathbf{F}^{Fa}_{[n]}(k)\right\}\Delta T + \tilde{\mathbf{R}}_{[n]}(k)\end{aligned} \tag{23}$$

gdzie:

$\mathbf{p}_{[n]} = \left[\xi_{[n]}\eta_{[n]}\right]$ – położenie pieszego,

$\mathbf{v}_{[n]} = \left[\dot{\xi}_{[n]}\dot{\eta}_{[n]}\right]$ – prędkość pieszego,

$\mathbf{f}^{To}_{[n]}$ – wersor wektora $\mathbf{F}^{To}_{[n]}$,

$\mathbf{F}^{Fa}_{[n]}$ – „siły unikania" od leżącego pieszego, który znalazł się w zdefiniowanym obszarze interakcji,

$\alpha_{[n]}$ – współczynnik empiryczny,

$\beta_{[n]}$ – priorytet omijania leżącego pieszego,

$\tilde{\mathbf{R}}_{[n]}$ – „siły odpychania" od przeszkód i innych pieszych bezpośrednio wpływające na zmianę położenia:

$$\tilde{\mathbf{R}}_{[n]}(k) = \sum_i \tilde{\mathbf{R}}^{Wa}_{i[n]}(k) + \sum_j \tilde{\mathbf{R}}^{Ob}_{j[n]}(k) + \lambda \sum_{[r](\neq[n])} \tilde{\mathbf{R}}^{Ot}_{[r][n]}(k)$$

gdzie:

$\tilde{\mathbf{R}}^{Wa}_{i[n]}$ – „siły odpychania" od *i*-tej ściany,

$\tilde{\mathbf{R}}^{Ob}_{j[n]}$ – „siły odpychania" od *j*-tej przeszkody.

$\tilde{\mathbf{R}}^{Ot}_{[r][n]}$ – „siły odpychania" od *r*-tego pieszego, który znalazł się w zdefiniowanym obszarze interakcji z *n*-tym pieszym,

λ – współczynnik empiryczny.

W cytowanych pracach podano dalsze wzory na pozostałe wielkości, których tu nie pokazano.

Jak można zauważyć, w prezentowanym modelu pozostaje swoboda do wprowadzenia np. sprzężenia pomiędzy ruchem pomostu kładki a równaniami stanu opisującymi lokomocję – taka zależność jest obserwowana w rzeczywistych konstrukcjach kładek dla pieszych, które doznają zauważalnych, niekomfortowych drgań [1].

Model HiDAC jest zestawem równań, którego rozwiązanie można łatwo zrównoleglić. W prezentowanym sformułowaniu może być analizowany niezależne od równań ruchu konstrukcji i modeli inercyjnych. Rezultatem obliczeń są położenia i prędkości lokomocji każdego pieszego w czasie, odniesione do pomostu kładki – co jest podstawą wyznaczenia macierzy transformacji $\mathbf{Z}_{[n].}$

4.1.3. Uproszczone modele dynamicznego pieszego

Zagadnienie modelowania dynamiki ciała ludzkiego (również podczas marszu) jest złożonym, interdyscyplinarnym zadaniem analitycznym. Z reguły takie modele dynamicznie służą do wyznaczenia sił działających na modelowane części ciała. Mogą być też podstawą tworzenia modeli ortopedycznych, czy robotów humanoidalnych z układami sterowania. Niestety autor nie napotkał publikacji dotyczącej modelu dynamicznego człowieka, opracowanego w celu odtworzenia sił działających na podłoże podczas marszu, z jednoczesnym zachowaniem bogatej kinematyki ruchu pieszego – ciekawą pracą w tym zakresie jest [25], która jednak ma ograniczone zastosowanie z uwagi na niewielkie możliwości sterowania parametrami lokomocji. Model taki (przez analogię do innych wymienionych modeli) musiałby być niestacjonarny i nieliniowy (macierze bezwładności, tłumienia i sztywności zależne od aktualnej konfiguracji ciała i od czasu) ze złożoną kinematyką i sterowaniem. Dlatego też, z uwagi na komplikację wymienionych modeli, do opisu interakcji konstrukcja-pieszy stosuje się najprostsze modele ciała ludzkiego, uzupełniając je empirycznie pomierzonymi wartościami sił oddziaływania stóp na nieruchome, płaskie powierzchnie pomostów. W tym zakresie można wymienić prace [7, 8, 9, 24, 27] oraz obszerną pracę przeglądową [1].

Najczęściej zakłada się, że:

1) kontakt pieszego z pomostem odbywa się w jednym punkcie, który jest rzutem środka ciężkości pieszego na powierzchnię pomostu; kierunek rzutowania jest przestrzennie ustalony i zgodny z kierunkiem oraz zwrotem działania przyspieszenia ziemskiego (siły ciężkości),
2) kontakt jest idealny i dwustronny. Położenie punktu kontaktu jest zmienne – zgodnie z równaniem lokomocji pieszego. W ten sposób zaniedbuje się fakt, że rzeczywisty kontakt pieszego z pomostem jest bardzo złożonym zjawiskiem i odbywa się naprzemiennie prawą lub lewą nogą, lub obiema nogami jednocześnie w zależności od fazy stawianego kroku.

Przedstawione tu modele pieszego są liniowe, stacjonarne i nie uwzględniają sprzężenia ruchu pomostu z parametrami mechanicznymi modelu ciała oraz z prawem lokomocji. To ostatnie sprzężenie, gdyby było analizowane, musiałoby się objawiać (w najprostszym przypadku) zależnością macierzy transformacji $\mathbf{Z}_{[n]}$ od prędkości drgań konstrukcji $\dot{\mathbf{x}}_S$ [1, 5, 7].

Maska skupiona

Najprostszym modelem dynamicznym pieszego jest masa skupiona (rys. 4). Zakłada się, że cała masa pieszego skupiona jest w jednym punkcie kontaktu pieszego z pomostem. Przy przyjętych założeniach uzyskuje się jedynie efekt ruchomej masy, natomiast siły generowane podczas marszu należy wprowadzić ze znanych w literaturze formuł empirycznych [1, 5, 8, 9, 24]. I tak wypadkowe siły:

– pionowe

$$p_{v[n]}(t) = m_{[n]}g\left[1+\sum_{i=1}^{5}\alpha_i\left(f_{[n]}\right)\sin\left(2\pi i f_{[n]}t-\alpha_{i[n]}\right)\right] \tag{24}$$

– poziome wzdłuż kierunku lokomocji

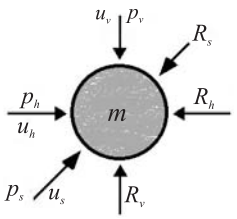
$$p_{h[n]}(t) = m_{[n]}g\sum_{i=1}^{5}\beta_i\left(f_{[n]}\right)\sin\left(2\pi i f_{[n]}t-\theta_{i[n]}\right) \tag{25}$$

– poziome w poprzek kierunku lokomocji

$$p_{s[n]}(t) = m_{[n]} g \sum_{i=1}^{5} \lambda_i \left(f_{[n]}\right) \sin\left(\pi i f_{[n]} t - \phi_{i[n]}\right) \tag{26}$$

gdzie $f_{[n]}$ oznacza częstotliwość stawianych kroków; liczby $\alpha_i\left(f_{[n]}\right)$, $\beta_i\left(f_{[n]}\right)$, $\lambda_i\left(f_{[n]}\right)$ są współczynnikami rozwinięcia w szereg Fouriera poszczególnych, empirycznie zmierzonych sił wypadkowych. Przy tak przyjętym modelu jedynymi niepustymi macierzami i wektorami pozostają poniżej zestawione:

$$\mathbf{M}_{ff[n]} = m_{[n]} \operatorname{diag}[1\ 1\ 1], \mathbf{p}_{f[n]} = \begin{bmatrix} p_{v[n]} \\ p_{h[n]} \\ p_{n[n]} \end{bmatrix}, \mathbf{x}_{f[n]} = \begin{bmatrix} u_{v[n]} \\ u_{h[n]} \\ u_{s[n]} \end{bmatrix}, \mathbf{R}_{f[n]} = \begin{bmatrix} R_{v[n]} \\ R_{h[n]} \\ R_{s[n]} \end{bmatrix} \tag{27}$$



Rys. 4. Uproszczony model dynamiczny pieszego – masa skupiona

Fig. 4. Simplified human body model – discrete mass

Model ISO 5982

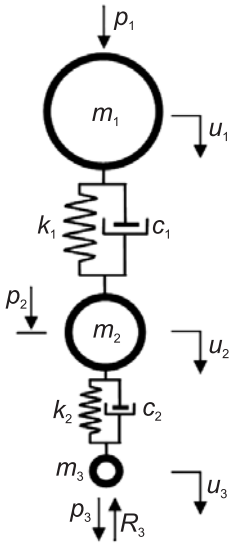
Jeden z najprostszych modeli pieszego przedstawiono na rys. 5 za pracą [23]. Jest to zaadoptowany z normy ISO 5982 model dynamiczny człowieka stojącego, gdzie górną masę m_1 utożsamia się ze środkiem masy ciała. Macierze równania ruchu dla tego modelu z rozdziałem na zewnętrzne i wewnętrzne stopnie swobody przedstawiają poniższe zależności:

$$\mathbf{M}_{pp[n]} = \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix}, \mathbf{M}_{ff[n]} = [m_3], \mathbf{M}_{pf[n]} = \mathbf{0} \tag{28}$$

$$\mathbf{C}_{pp[n]} = \begin{bmatrix} c_1 & -c_1 \\ -c_1 & c_1 + c_2 \end{bmatrix}, \mathbf{C}_{ff[n]} = [c_3], \mathbf{C}_{pf[n]} = \begin{bmatrix} 0 \\ -c_2 \end{bmatrix} \tag{29}$$

$$\mathbf{K}_{pp[n]} = \begin{bmatrix} k_1 & -k_1 \\ -k_1 & k_1 + k_2 \end{bmatrix}, \mathbf{K}_{ff[n]} = [k_2], \mathbf{K}_{pf[n]} = \begin{bmatrix} 0 \\ -k_2 \end{bmatrix} \tag{30}$$

$$\mathbf{p}_{p[n]} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \end{bmatrix}, \mathbf{p}_{f[n]} = [p_3], \mathbf{x}_{p[n]} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}, \mathbf{x}_{f[n]} = [u_3], \mathbf{R}_{f[n]} = [R_3] \tag{31}$$



Rys. 5. Uproszczony model dynamiczny pieszego wg normy ISO 5982 [12, 23]

Fig. 5. Simplified ISO 5982 human body model [12, 23]

Parametry normowe tego modelu wynoszą k_1 = 62 kN/m, c_1 = 1,46 kNs/m, k_2 = 80 kN/m, c_2 = 0,93 kNs/m, m_1 = 62 kg, m_2 = 13 kg, m_3 = 0 kg, p_2 = 0 N, p_3 = 0 N. Dodatkowo należy wprowadzić siły generowane przez pieszego podczas marszu w punkcie kontaktu (masa m_3). Jak zaproponowano w [23], można tego dokonać poprzez wprowadzenie zastępczej siły p_1 danej wzorem:

$$p_1(\tilde{\alpha}_1,...,\tilde{\alpha}_5,\tilde{\varphi}_1,...,\tilde{\varphi}_5,t,f_p)=(m_1+m_2)g\left[1+\sum_{i=1}^{5}\tilde{\alpha}_i(f_p)\sin(2\pi i f_p t-\tilde{\varphi}_i)\right] \tag{32}$$

Parametry swobodne w (32) czyli $\tilde{\alpha}_i$ oraz φ_i (i = 1, ..., 5) ustala się rozwiązując problem minimalizacyjny:

$$\min_{\tilde{\alpha}_i,\tilde{\varphi}_i}\max_{t\in[t_1,t_2]}[p_{v[n]}(t)-p_1(\tilde{\alpha}_1,...,\tilde{\alpha}_5,\tilde{\varphi}_1,...,\tilde{\varphi}_5,t,f_{[n]}]^2 \tag{33}$$

gdzie $p_{v[n]}(t)$ określono wzorem (24). Powyższe zadanie wyraża ideę, że siły generowane przez omawiany model dynamiczny pieszego podczas lokomocji po sztywnej, płaskiej i nieruchomej powierzchni, powinny być równe siłom mierzonym empirycznie – wzór (24) przy tej samej częstotliwości kroków $f_p = f_{[n]}$; w tym sensie zastępcza siła p_1 (wzór (32)) ma jedynie sens formalny, ponieważ na środek masy w rzeczywistości działa jedynie siła ciężkości.

4.2. Podukład peletonu

4.2.1. Równania ruchu peletonu rowerzystów

Równanie ruchu podukładu peletonu buduje się identycznie jak dla podukładu tłumu – stąd przedstawiono tu jedynie zasadnicze zależności – głównie z konieczności wprowadzenia odpowiednich oznaczeń. Równanie ruchu podukładu peletonu jako obciążenia inercyjnego, można zapisać w postaci równania (34):

$$\mathbf{M}_B\ddot{\mathbf{x}}_B(t)+\mathbf{C}_B\dot{\mathbf{x}}_B(t)+\mathbf{K}_B\mathbf{x}_B(t)=\mathbf{P}_B(t)+\mathbf{R}_B(t) \tag{34}$$

Analogicznie do (6) dokonano rozdziału zmiennych na wewnętrzne $\mathbf{x}_r(t)$ i zewnętrzne stopnie swobody $\mathbf{x}_o(t)$ związane z kołami (oponami):

$$\mathbf{x}_B=\begin{bmatrix}\mathbf{x}_r\\ \mathbf{x}_o\end{bmatrix},\ \mathbf{P}_B=\begin{bmatrix}\mathbf{p}_r\\ \mathbf{p}_o\end{bmatrix},\ \mathbf{R}_B=\begin{bmatrix}\mathbf{0}\\ -\mathbf{R}_o\end{bmatrix} \tag{35}$$

oraz konsekwentnie (jak w (7)) rozdzielono macierze:

$$\mathbf{M}_B=\begin{bmatrix}\mathbf{M}_{rr}\ \mathbf{M}_{ro}\\ \mathbf{M}_{or}\ \mathbf{M}_{rr}\end{bmatrix},\ \mathbf{C}_B=\begin{bmatrix}\mathbf{C}_{rr}\ \mathbf{C}_{ro}\\ \mathbf{C}_{or}\ \mathbf{C}_{oo}\end{bmatrix},\ \mathbf{K}_B=\begin{bmatrix}\mathbf{K}_{rr}\ \mathbf{K}_{ro}\\ \mathbf{K}_{or}\ \mathbf{K}_{oo}\end{bmatrix}\ i\ (\bullet)_{ro}=(\bullet)_{or}^T \tag{36}$$

Wymienione macierze są symetryczne, stacjonarne, a podmacierz $\mathbf{K}_{rr}$ jest dodatnio określona. Po uwzględnieniu w (34) zależności (35) (36) oraz rozwinięciu można zapisać równania analogiczne do (8), z tym że należy tu zmienić odpowiednie indeksy, mianowicie: indeks $_p$ zastąpić indeksem $_r$, a indeks $_f$ – indeksem $_o$. Interpretacja powstałego układu równań jest identyczna jak poprzednio. Analogicznie równania ruchu zawierają przemieszczenia, tym razem kół $\mathbf{x}_o$ i ich pochodne, które są związane ze stopniami swobody kładki $\mathbf{x}_S$ przez macierz transformacji $\mathbf{T}$, zależną od zmiennego w czasie położenia (lokomocji) peletonu:

$$\mathbf{x}_o(t)=\mathbf{T}\left[\boldsymbol{\xi}(t),\boldsymbol{\eta}(t)\right]\mathbf{x}_S(t) \tag{37}$$

Z kolei siły interakcji zależą od macierzy $\mathbf{T}^T$:

$$\mathbf{F}_B(t)=\mathbf{T}^T\left[\boldsymbol{\xi}(t),\boldsymbol{\eta}(t)\right]\mathbf{R}_o(t) \tag{38}$$

Obie relacje (37) (38) opisują zgodność przemieszczeń i sił w punktach kontaktu rozważanego podukładu z pomostem kładki. Występujące w równaniach absolutne pochodne przemieszczeń $\mathbf{x}_o$, dane są wzorami analogicznymi do (11) – należy jedynie podmienić odpowiednie oznaczenia.

Przedstawione równanie (34) jest formułą, do której można sprowadzić cały podukład peletonu złożony z L_b rowerzystów oraz pozostaje w mocy także dla każdego pojedynczego rowerzysty. Zatem równanie ruchu poruszającego się po konstrukcji *n*-tego rowerzysty analogicznie do (12) można zapisać:

$$\mathbf{M}_{B[n]}\ddot{\mathbf{x}}_{B[n]}+\mathbf{C}_{B[n]}\dot{\mathbf{x}}_{B[n]}+\mathbf{K}_{B[n]}\mathbf{x}_{B[n]}=\mathbf{P}_{B[n]}+\mathbf{R}_{B[n]}\quad\forall n=1,\ldots,L_b \tag{39}$$

Mając na uwadze równanie (35) (36), wprowadza się następujące uporządkowanie zmiennych:

$$\mathbf{x}_r = \left.\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{r[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{r[L_b]} \end{bmatrix}\right\} \sum_{n=1}^{L_b} N_{r[n]}, \quad \mathbf{x}_o = \left.\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{o[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{o[L_b]} \end{bmatrix}\right\} \sum_{n=1}^{L_b} N_{o[n]} \quad \mathbf{R}_o = \left.\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{o[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{o[L_b]} \end{bmatrix}\right\} \sum_{n=1}^{L_b} N_{o[n]} \tag{40}$$

We wzorze (40) wielkości $N_{o[n]}$ oraz $N_{r[n]}$ oznaczają odpowiednio liczby zewnętrznych i wewnętrznych stopni swobody *n*-tego rowerzysty.

Załóżmy (analogicznie jak dla podukładu tłumu), ze dla każdego *n*-tego rowerzysty znane są aktualne składowe położenia, odniesione do lokalnego układu współrzędnych związanego z pomostem kładki oraz prędkości lokomocji wyliczone z rozwiązania odrębnych równań lokomocji podukładu peletonu (zob. rozdz. 4.2.2). Ponadto dla każdego *n*-tego rowerzysty jest znana macierz transformacji $\mathbf{T}_{[n]}$:

$$\mathbf{x}_{o[n]}(t) = \mathbf{T}_{[n]}\left[\xi_{[n]}(t)\,\eta_{[n]}(t)\right]\mathbf{x}_S(t), \quad \mathbf{F}_{B[n]}(t) = \mathbf{T}_{[n]}^T\mathbf{R}_{o[n]} \tag{41}$$

gdzie uwzględniając (40), można zapisać:

$$\mathbf{x}_o = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{T}_{[L_b]} \end{bmatrix}\mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{os[1]} & \mathbf{T}_{ob[1]} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{T}_{os[Lb]} & \mathbf{T}_{ob[Lb]} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_B = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{Bs} \\ \mathbf{f}_{Bb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{so[1]} \cdots \mathbf{T}_{so[Lb]} \\ \mathbf{T}_{bo[1]} \cdots \mathbf{T}_{bo[Lb]} \end{bmatrix}\mathbf{R}_o \tag{42}$$

W powyższym wzorze (42) ujawnia się struktura macierzy $\mathbf{T}$, przy czym $\mathbf{T}_{ob[n]} = \mathbf{T}_{bo[n]}^T$ oraz $\mathbf{T}_{os[n]} = \mathbf{T}_{so[n]}^T, n = 1, ..., L_b$. Wobec tego prawdziwe są dla każdego *n*-tego rowerzysty wzory analogiczne do równań (16)–(19) – należy tu jednak zamiast macierzy $\mathbf{Z}_{[n]}$ wstawić $\mathbf{T}_{[n]}$, a wektor $\mathbf{x}_{f[n]}$ zastąpić $\mathbf{x}_{o[n]}$.

Przy tak dokonanym rozdziale zmiennych w (40) poszczególne podmacierze macierzy sztywności $\mathbf{K}_B$ w (36) wyrażają się wzorami:

$$\mathbf{K}_{rr} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{rr[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{rr[L_b]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{oo} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{oo[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{oo[L_b]} \end{bmatrix} \tag{43}$$

$$\mathbf{K}_{ro} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ro[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{ro[L_b]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{ro} = \mathbf{K}_{or}^T \tag{44}$$

Analogicznie zbudowane są podmacierze macierzy $\mathbf{C}_B$ i bezwładności $\mathbf{M}_B$ podukładu peletonu – wzór (36).

4.2.2. Równanie lokomocji peletonu

Odrębnej dyskusji wymaga opis lokomocji peletonu. W odróżnieniu od złożonego modelu lokomocji tłumu, autor nie napotkał w literaturze przedmiotu modelu opisującego lokomocję grupy rowerzystów. Można tu zaproponować najprostszą zależność, że kierunek ruchu wszystkich rowerzystów wytycza podłużna oś η układu współrzędnych związanego z pomostem kładki, a prędkość każdego rowerzysty pozostaje stała. Wobec tego:

$$\dot{\xi}_{[n]}(t) = 0, \quad \dot{\eta}_{[n]}(t) = v_{0[n]} \quad \forall n = 1, ..., L_b \tag{45}$$

Aktualne położenie *n*-tego rowerzysty określają ogólne wzory:

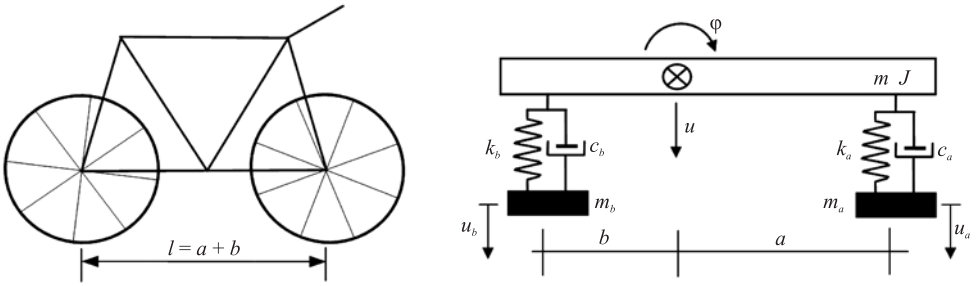
$$\xi_{[n]}(t) = \int_0^t \dot{\xi}_{[n]}(\tau) d\tau, \quad \eta_{[n]}(t) = \int_0^t \dot{\eta}_{[n]}(\tau) d\tau \quad \forall n = 1, ..., L_b \tag{46}$$

Po scałkowaniu (45) otrzymuje się najprostsze relacje liniowego przyrostu drogi w czasie:

$$\xi_{[n]}(t) = \xi_{0[n]}, \quad \eta_{[n]}(t) = v_{0[n]} t + \eta_{0[n]} \quad \forall n = 1, ..., L_b \tag{47}$$

4.2.3. Uproszczony model dynamiczny rowerzysty

Najprostszy model roweru i rowerzysty pokazano na rys. 6. Założono, że rowerzysta oraz rama roweru stanowią razem sztywną, płaską tarczę, której równania ruchu można zapisać w środku jej ciężkości. Przy powziętym założeniu pozostaje stały w czasie rozkład mas oraz masowy moment bezwładności – prowadzi to do stacjonarnego równania ruchu. Elementy sprężysto-tłumiące opisują w sposób liniowy własności fizyczne pneumatycznego ogumienia kół. Prezentowany model w uproszczeniu odwzorowuje schemat konstrukcyjny roweru kolarskiego[6]. Jak pokazano na przywołanym rysunku, parametrami modelu są: masa *m* i masowy moment bezwładności *J* układu rowerzysta–rower, parametry sprężysto-tłumiące związane z ogumieniem oraz w ogólności masy m_a, m_b, jako części opon wchodzące bezpośrednio w kontakt z pomostem – masy te można przyjąć także jako równe zero (wówczas wektor $\mathbf{p}_{o[n]}$ i macierz $\mathbf{M}_{oo[n]}$ pozostają puste) – co upraszcza ostateczny układ równań ruchu (68) – patrz rozdz. 6.



Rys. 6. Uproszczony model dynamiczny roweru

Fig. 6. Scheme of the most simplified dynamic model of a bicycle

[6] Dla ram (np. współczesnych rowerów sportowych lub górskich), które jako elementy konstrukcyjne zawierają amortyzartory i tłumiki, należy przedstawiony model rozbudować.

Poniżej przedstawiono strukturę macierzy rozważanego modelu dynamicznego roweru:

$$\mathbf{M}_{rr[n]} = \begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & m \end{bmatrix},\ \mathbf{M}_{oo[n]} = \begin{bmatrix} m_a & 0 \\ 0 & m_b \end{bmatrix},\ \mathbf{M}_{ro[n]} = \mathbf{0} \tag{48}$$

$$\mathbf{C}_{rr[n]} = \begin{bmatrix} c_a + c_b & ac_a - bc_b \\ \text{sym.} & a^2 c_a + b^2 c_b \end{bmatrix},\ \mathbf{C}_{oo[n]} = \begin{bmatrix} c_a & 0 \\ 0 & c_b \end{bmatrix},\ \mathbf{C}_{ro[n]} = \begin{bmatrix} -c_a & -c_b \\ -ac_a & -bc_b \end{bmatrix} \tag{49}$$

$$\mathbf{K}_{rr[n]} = \begin{bmatrix} k_a + k_b & ak_a - bk_b \\ \text{sym.} & a^2 k_a + b^2 k_b \end{bmatrix},\ \mathbf{K}_{oo[n]} = \begin{bmatrix} k_a & 0 \\ 0 & k_b \end{bmatrix},\ \mathbf{K}_{ro[n]} = \begin{bmatrix} -k_a & -k_b \\ -ak_a & -bk_b \end{bmatrix} \tag{50}$$

$$\mathbf{p}_{rr[n]} = \begin{bmatrix} mg + P_u \\ M_\varphi \end{bmatrix},\ \mathbf{p}_{o[n]} = \begin{bmatrix} m_a \\ m_b \end{bmatrix} g,\ \mathbf{x}_{r[n]} = \begin{bmatrix} u \\ \varphi \end{bmatrix},\ \mathbf{x}_{o[n]} = \begin{bmatrix} u_a \\ u_b \end{bmatrix},\ \mathbf{R}_{o[n]} = \begin{bmatrix} R_a \\ R_b \end{bmatrix} \tag{51}$$

Zaproponowany model rowerzysty jest liniowy, stacjonarny i nie uwzględnia sprzężenia ruchu konstrukcji z prawem lokomocji. Ponadto jest modelem płaskim generującym jedynie reakcje prostopadłe do pomostu (brak składowych poziomych wzdłuż kierunku ruchu i prostopadłych do niego). Dlatego też uzasadnione jest przyjęcie najprostszego, jednowymiarowego opisu lokomocji rowerzysty przedstawionego w rozdz. 4.2.2.

5. Podukład mechanicznych tłumików drgań

Równania ruchu podukładu mechanicznych tłumików drgań (TMDs) można zapisać w postaci (52):

$$\mathbf{M}_T \ddot{\mathbf{x}}_T(t) + \mathbf{C}_T \dot{\mathbf{x}}_T(t) + \mathbf{K}_T \mathbf{x}_T(t) = \mathbf{P}_T(t) + \mathbf{R}_T(t) \tag{52}$$

gdzie wektor $\mathbf{x}_T(t)$ oznacza przemieszczenia podukładu, które rozdzielono na wewnętrzne stopnie swobody $\mathbf{x}_t(t)$ i zewnętrzne $\mathbf{x}_a(t)$ – związane z miejscami połączeń elementów sprężystych i dysypatywnych z konstrukcją kładki, w których zapisuje się warunki zgodności przemieszczeń. Analogicznie do (2) dokonano rozdziału zmiennych:

$$\mathbf{x}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_a \end{bmatrix},\quad \mathbf{P}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{p}_t \\ \mathbf{p}_a \end{bmatrix},\quad \mathbf{R}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ -\mathbf{R}_a \end{bmatrix} \tag{53}$$

oraz konsekwentnie (jak w (3)) rozdzielono macierze:

$$\mathbf{M}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{tt}\ \mathbf{M}_{ta} \\ \mathbf{M}_{at}\ \mathbf{M}_{aa} \end{bmatrix},\ \mathbf{C}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{tt}\ \mathbf{C}_{ta} \\ \mathbf{C}_{at}\ \mathbf{C}_{aa} \end{bmatrix},\ \mathbf{K}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{tt}\ \mathbf{K}_{ta} \\ \mathbf{K}_{at}\ \mathbf{K}_{aa} \end{bmatrix} \text{ i } (\bullet)_{ta} = (\bullet)_{at}^T \tag{54}$$

Wymienione macierze sa symetryczne, stacjonarne, a podmacierz $\mathbf{K}_{tt}$ jest dodatnio określona. Po uwzględnieniu w (52) zależności (53) (54) oraz rozwinięciu można zapisać równania analogiczne do (8) z tym, że należy tu zmienić odpowiednie indeksy, mianowicie: indeks $_p$ zastąpić indeksem $_t$, a indeks $_f$ – indeksem $_a$. Interpretacja powstałego układu równań jest identyczna jak (8). Analogicznie do (8) rozważane tu równania ruchu TMDs zawierają przemieszczenia tym razem $\mathbf{x}_a$ i ich pochodne, które są związane ze stopniami swobody kładki $\mathbf{x}_S$, poprzez macierz transformacji $\mathbf{D}$:

$$\mathbf{x}_a(t) = \mathbf{D}\mathbf{x}_S(t) \tag{55}$$

Z kolei siły interakcji zależą od macierzy $\mathbf{D}^T$:

$$\mathbf{F}_T(t) = \mathbf{D}^T\mathbf{R}_a(t) \tag{56}$$

Obie relacje (55) (56) opisują zgodność przemieszczeń i sił w punkcie zamocowania podukładu TMDs do konstrukcji kładki. Ponieważ punkty zamocowań nie zmieniają położenia, to macierz $\mathbf{D}$ jest stała i nie zależy od czasu tzn. $\dot{\mathbf{D}} = \ddot{\mathbf{D}} = \mathbf{0}$ – jest ona czysto geometryczną transformacją pomiędzy wektorami $\mathbf{x}_a$ i $\mathbf{x}_S$. Zatem występujące we wzorach pochodne przemieszczeń $\mathbf{x}_a$ dane są wzorami:

$$\dot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{D}\dot{\mathbf{x}}_S, \quad \ddot{\mathbf{x}}_a = \mathbf{D}\ddot{\mathbf{x}}_S \tag{57}$$

Przedstawione równanie (52) jest formułą, do której można sprowadzić cały podukład złożony z L_t masowych tłumików drgań oraz pozostaje w mocy także dla każdego TMD. Równanie ruchu *n*-tego tłumika analogicznie do (52) można zapisać:

$$\mathbf{M}_{T[n]}\ddot{\mathbf{x}}_{T[n]} + \mathbf{C}_{T[n]}\dot{\mathbf{x}}_{T[n]} + \mathbf{K}_{T[n]}\mathbf{x}_{T[n]} = \mathbf{P}_{T[n]} + \mathbf{R}_{T[n]} \quad \forall n = 1, ..., L_t \tag{58}$$

Mając na uwadze (53) (54), wprowadza się następujące uporządkowanie zmiennych:

$$\mathbf{x}_t = \left.\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{t[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{t[L_t]} \end{bmatrix}\right\} \sum_{n=1}^{L_t} N_{t[n]}, \quad \mathbf{x}_a = \left.\begin{bmatrix} \mathbf{x}_{a[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{a[L_t]} \end{bmatrix}\right\} \sum_{n=1}^{L_t} N_{a[n]} \quad \mathbf{R}_a = \left.\begin{bmatrix} \mathbf{R}_{a[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{R}_{a[L_t]} \end{bmatrix}\right\} \sum_{n=1}^{L_t} N_{a[n]} \tag{59}$$

We wzorze (59) wielkości $N_{a[n]}$ oraz $N_{t[n]}$ oznaczają odpowiednio liczby zewnętrznych i wewnętrznych stopni swobody *n*-tego TMD.

Dla każdego *n*-tego TMD znana jest macierz transformacji $\mathbf{D}_{[n]}$:

$$\mathbf{x}_{a[n]}(t) = \mathbf{D}_{[n]}\mathbf{x}_S(t), \quad \mathbf{F}_{T[n]}(t) = \mathbf{D}_{[n]}^T\mathbf{R}_{a[n]} \tag{60}$$

gdzie uwzględniając (59), można zapisać:

$$\mathbf{x}_a = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{[1]} \\ \vdots \\ \mathbf{D}_{[L_t]} \end{bmatrix} \mathbf{x}_S = \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{as[1]} & \mathbf{D}_{ab[1]} \\ \vdots & \vdots \\ \mathbf{D}_{as[L_t]} & \mathbf{D}_{ab[L_t]} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_T = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{Ts} \\ \mathbf{f}_{Tb} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{sa[1]} \cdots \mathbf{D}_{sa[L_t]} \\ \mathbf{D}_{ba[1]} \cdots \mathbf{D}_{ba[L_t]} \end{bmatrix} \mathbf{R}_a \tag{61}$$

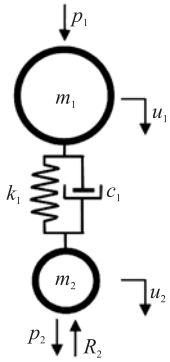
W powyższym wzorze (61) ujawnia się struktura macierzy $\mathbf{D}$, $\mathbf{D}_{ab[n]} = \mathbf{D}_{ba[n]}^T$ oraz $\mathbf{D}_{as[n]} = \mathbf{D}_{sa[n]}^T$, $n = 1, \ldots, L_t$.

Przy tak dokonanym rozdziale zmiennych w (59) poszczególne podmacierze macierzy sztywności $\mathbf{K}_T$ w (54) wyrażają się wzorami:

$$\mathbf{K}_{tt} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{tt[n]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{tt[L_t]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{aa} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{aa[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{aa[L_t]} \end{bmatrix} \tag{62}$$

$$\mathbf{K}_{ta} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{ta[1]} & \cdots & \mathbf{0} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \cdots & \mathbf{K}_{ta[L_t]} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_{ta} = \mathbf{K}_{at}^T \tag{63}$$

Analogicznie zbudowane są podmacierze tłumienia $\mathbf{C}_T$ i bezwładności $\mathbf{M}_T$ podukładu TMDs – wzór (54).



Rys. 7. Model dynamiczny mechanicznego tłumika drgań

Fig. 7. Dynamic model of TMD

5.2. Model dynamiczny TMD

Model masowego tłumika drgań przedstawiono na rys. 7. Siły p_1 i p_2 oddziałują odpowiednio na masy m_1 i m_2 – mogą one być związane np. z ciężarem tych mas. Masa m_2 jest elementem, który mocuje się do konstrukcji kładki – stąd w tym punkcie działa reakcja R_2. Zgodnie z metodyką tu przedstawioną, poszczególne wektory i macierze n-tego tłumika mają następująca strukturę:

$$\mathbf{M}_{tt[n]} = [m_1],\ \mathbf{M}_{aa[n]} = [m_2],\ \mathbf{M}_{ta[n]} = 0 \tag{64}$$

$$\mathbf{M}_{tt[n]} = [c_1],\ \mathbf{C}_{aa[n]} = [c_1],\ \mathbf{C}_{ta[n]} = [-c_1] \tag{65}$$

$$\mathbf{K}_{tt[n]} = [k_1],\ \mathbf{K}_{aa[n]} = [k_1],\ \mathbf{K}_{ta[n]} = [-k_1] \tag{66}$$

$$\mathbf{p}_{t[n]} = [p_1],\ \mathbf{p}_{a[n]} = [p_2],\ \mathbf{x}_{t[n]} = [u_1],\ \mathbf{x}_{a[n]} = [u_2],\ \mathbf{R}_{a[n]} = [R_2] \tag{67}$$

6. Interakcja kładka-tłumiki-ruchome obciążenie inercyjne

Dynamika całego układu obejmującego interakcje wszystkich opisanych podukładów dana jest równaniem (68):

$$\mathbf{M}(t)\ddot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{C}(t)\dot{\mathbf{x}}(t) + \mathbf{K}(t)\mathbf{x}(t) = \mathbf{P}(t) - \mathbf{Q}(t)\mathbf{q}_b(t) \tag{68}$$

Powstaje ono przez podstawienie do (4) sił interakcji oraz zgodności przemieszczeń podukładów, a także po uporządkowaniu niewiadomych. Dalej przedstawiono strukturę macierzy i wektorów tego równania:

– wektor niewiadomych i wektory prawych stron:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_p \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix},\ \mathbf{P}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_s + \mathbf{D}_{sa}\mathbf{p}_a + \mathbf{Z}_{sf}\mathbf{p}_f + \mathbf{T}_{so}\mathbf{p}_o \\ \mathbf{p}_t \\ \mathbf{p}_p \\ \mathbf{p}_r \end{bmatrix},\ \mathbf{q}_b(t) = \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{x}}_b \\ \dot{\mathbf{x}}_b \\ \mathbf{x}_b \end{bmatrix} \tag{69}$$

– macierz bezwładności:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{11} & \mathbf{M}_{12} & \mathbf{M}_{13} & \mathbf{M}_{14} \\ \mathbf{M}_{12}^T & \mathbf{M}_{tt} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{13}^T & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{pp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{M}_{14}^T & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \tag{70}$$

$$\mathbf{M}_{11} = \mathbf{M}_{ss} + \mathbf{D}_{sa}\mathbf{M}_{aa}\mathbf{D}_{as} + \mathbf{Z}_{sf}\mathbf{M}_{ff}\mathbf{Z}_{fs} + \mathbf{T}_{so}\mathbf{M}_{oo}\mathbf{T}_{os} \tag{71}$$

$$\mathbf{M}_{12} = \mathbf{D}_{sa}\mathbf{M}_{at},\ \mathbf{M}_{13} = \mathbf{Z}_{sf}\mathbf{M}_{fp},\ \mathbf{M}_{14} = \mathbf{T}_{so}\mathbf{M}_{or} \tag{72}$$

– macierz tłumienia:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & \mathbf{C}_{13} & \mathbf{C}_{14} \\ \mathbf{C}_{12}^T & \mathbf{C}_{tt} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{31} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{pp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{C}_{41} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{C}_{rr} \end{bmatrix} \tag{73}$$

$$\mathbf{C}_{11} = \mathbf{C}_{ss} + \mathbf{D}_{sa}\mathbf{C}_{aa}\mathbf{D}_{as} + \mathbf{Z}_{sf}(2\mathbf{M}_{ff}\dot{\mathbf{Z}}_{fs} + \mathbf{C}_{ff}\mathbf{Z}_{fs}) + \mathbf{T}_{so}(2\mathbf{M}_{oo}\dot{\mathbf{T}}_{os} + \mathbf{C}_{oo}T_{os}) \tag{74}$$

$$\mathbf{C}_{12} = \mathbf{D}_{sa}\mathbf{C}_{at},\ \mathbf{C}_{13} = \mathbf{Z}_{sf}\mathbf{C}_{fp},\ \mathbf{C}_{14} = \mathbf{T}_{so}\mathbf{C}_{or} \tag{75}$$

$$\mathbf{C}_{31} = 2\mathbf{M}_{pf}\dot{\mathbf{Z}}_{fs} + \mathbf{C}_{13}^{T},\ \mathbf{C}_{41} = 2\mathbf{M}_{ro}\dot{\mathbf{T}}_{os} + \mathbf{C}_{14}^{T} \tag{76}$$

– macierz sztywności:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{11} & \mathbf{K}_{12} & \mathbf{K}_{13} & \mathbf{K}_{14} \\ \mathbf{K}_{12}^{T} & \mathbf{K}_{tt} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{31} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{pp} & \mathbf{0} \\ \mathbf{K}_{41} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_{rr} \end{bmatrix} \tag{77}$$

$$\mathbf{K}_{11} = \mathbf{K}_{ss} + \mathbf{D}_{sa}\mathbf{K}_{aa}\mathbf{D}_{as} + \mathbf{Z}_{sf}(\mathbf{M}_{ff}\ddot{\mathbf{Z}}_{fs} + \mathbf{C}_{ff}\dot{\mathbf{Z}}_{fs} + \mathbf{K}_{ff}\mathbf{Z}_{fs}) + \mathbf{T}_{so}(\mathbf{M}_{oo}\ddot{\mathbf{T}}_{os} + \mathbf{C}_{oo}\dot{\mathbf{T}}_{os} + \mathbf{K}_{oo}\mathbf{T}_{os}) \tag{78}$$

$$\mathbf{K}_{12} = \mathbf{D}_{sa}\mathbf{K}_{at},\ \mathbf{K}_{13} = \mathbf{Z}_{sf}\mathbf{K}_{fp},\ \mathbf{K}_{14} = \mathbf{T}_{so}\mathbf{K}_{or} \tag{79}$$

$$\mathbf{K}_{31} = \mathbf{M}_{pf}\ddot{\mathbf{Z}}_{fs} + \mathbf{C}_{pf}\dot{\mathbf{Z}}_{fs} + \mathbf{K}_{13}^{T},\ \mathbf{K}_{41} = \mathbf{M}_{ro}\ddot{\mathbf{T}}_{os} + \mathbf{C}_{ro}\mathbf{T}_{os} + \mathbf{K}_{14}^{T} \tag{80}$$

– macierz obciążenia kinematycznego:

$$\mathbf{Q}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_{11} & \mathbf{q}_{12} & \mathbf{q}_{13} \\ \mathbf{q}_{21} & \mathbf{q}_{22} & \mathbf{q}_{23} \\ \mathbf{q}_{31} & \mathbf{q}_{32} & \mathbf{q}_{33} \\ \mathbf{q}_{41} & \mathbf{q}_{42} & \mathbf{q}_{43} \end{bmatrix} \tag{81}$$

$$\mathbf{q}_{11} = \mathbf{M}_{sb} + \mathbf{D}_{sa}\mathbf{M}_{aa}\mathbf{D}_{ab} + \mathbf{Z}_{sf}\mathbf{M}_{ff}\mathbf{Z}_{fb} + \mathbf{T}_{so}\mathbf{M}_{oo}\mathbf{T}_{ob} \tag{82}$$

$$\mathbf{q}_{12} = \mathbf{C}_{sb} + \mathbf{D}_{sa}\mathbf{C}_{aa}\mathbf{D}_{ab} + \mathbf{Z}_{sf}(\mathbf{M}_{ff}\dot{\mathbf{Z}}_{fb} + \mathbf{C}_{ff}\mathbf{Z}_{fb}) + \mathbf{T}_{so}(\mathbf{M}_{oo}\dot{\mathbf{T}}_{ob} + \mathbf{C}_{oo}\mathbf{T}_{ob}) \tag{83}$$

$$\mathbf{q}_{13} = \mathbf{K}_{sb} + \mathbf{D}_{sa}\mathbf{K}_{aa}\mathbf{D}_{ab} + \mathbf{Z}_{sf}(\mathbf{M}_{ff}\ddot{\mathbf{Z}}_{fb} + \mathbf{C}_{ff}\dot{\mathbf{Z}}_{fb} + \mathbf{K}_{ff}\mathbf{Z}_{fb}) + \mathbf{T}_{so}(\mathbf{M}_{oo}\ddot{\mathbf{T}}_{ob} + \mathbf{C}_{oo}\dot{\mathbf{T}}_{ob} + \mathbf{K}_{oo}\mathbf{T}_{ob}) \tag{84}$$

$$\mathbf{q}_{21} = \mathbf{M}_{ta}\mathbf{D}_{ab},\ \mathbf{q}_{22} = \mathbf{C}_{ta}\mathbf{D}_{ab},\ \mathbf{q}_{23} = \mathbf{K}_{ta}\mathbf{D}_{ab},\ \mathbf{q}_{31} = \mathbf{M}_{pf}\mathbf{Z}_{fb} \tag{85}$$

$$\mathbf{q}_{32} = 2\mathbf{M}_{pf}\dot{\mathbf{Z}}_{fb} + \mathbf{C}_{pf}\mathbf{Z}_{fb},\ \mathbf{q}_{33} = \mathbf{M}_{pf}\ddot{\mathbf{Z}}_{fb} + \mathbf{C}_{pf}\dot{\mathbf{Z}}_{fb} + \mathbf{K}_{pf}\mathbf{Z}_{fb} \tag{86}$$

$$\mathbf{q}_{41} = \mathbf{M}_{ro}\mathbf{T}_{ob},\ \mathbf{q}_{42} = 2\mathbf{M}_{ro}\dot{\mathbf{T}}_{ob} + \mathbf{C}_{ro}\mathbf{T}_{ob},\ \mathbf{q}_{43} = \mathbf{M}_{ro}\ddot{\mathbf{T}}_{ob} + \mathbf{C}_{ro}\dot{\mathbf{T}}_{ob}\mathbf{K}_{ro}\mathbf{T}_{ob} \tag{87}$$

Ostateczna przedstawiona powyżej postać macierzy wynika z wprowadzenia warunków interakcji pomiędzy poszczególnymi podukładami oraz założeniu idealnych, dwustronnych więzów. W ogólnym przypadku, na skutek istnienia ruchu unoszenia, pojawiają się siły Coriolisa skutkujące niesymetrią **C** [16]. Z kolei w wyniku istnienia sił mających składnik śledzący pojawia się niesymetria **K**. Ponadto macierze układu (68) są niestacjonarne – zależą bowiem od zmieniających się w czasie macierzy transformacji **Z** i **T**, które zawierają relacje

geometryczne przemieszczeń pomostu kładki oraz przemieszczeń ruchomych obciążeń inercyjnych pieszych i rowerzystów. Wymienione cechy sformułowania są charakterystyczne dla układów o zmiennej konfiguracji [13, 18].

Wyznaczenie w każdym kroku czasowym macierzy **Z** i **T** (i ich pochodnych) jest najtrudniejszym zadaniem w analizie drgań wywołanych ruchem obciążeń inercyjnych. Stosując MES jako metodę agregacji macierzy podukładu kładki, należy zauważyć, że konsekwencją zmiennych w czasie warunków zgodności jest zmienna struktura macierzy **Z** i **T** – punkty kontaktu „skaczą" z elementu na element. Stanowi to trudność w znalezieniu ogólnej metody różniczkowania tych macierzy.

7. Wnioski

W pracy przedstawiono teoretyczny opis interakcji ruchomych obciążeń inercyjnych pieszych i rowerzystów z kładką. Uwzględniono również podukład tłumików drgań. Wyprowadzone zależności pozwalają analizować odpowiedź konstrukcji przy jednoczesnym uwzględnieniu działania sił zmiennych w czasie i przestrzeni (np. wiatr), ruchomych obciążeń inercyjnych, działania masowych tłumików drgań oraz wymuszeń kinematycznych.

Do kompletnego opisu zjawiska należy dopisać do wyprowadzonych tu równań – dodatkowe zależności determinujące lokomocję pojedynczych pieszych i w konsekwencji tłumu (tzw. podukład tłumu – ang. *crowd subsystem*), które mogą być sprzężone lub nie z ruchem pomostu kładki. Przedstawione tu podejście umożliwia wprowadzenie podukładu tłumu niesprzężonego z ruchem kładki, co pozwala na odrębne wyliczenie dla każdego pieszego parametrów $\xi_{[n]}(t)$, $\eta_{[n]}(t)$ i wprowadzenie podukładu do ostatecznego układu równań ruchu.

Zasadniczym problemem pozostaje efektywne wyznaczenie macierzy transformacji **Z** i **T** oraz ich pochodnych. Najczęściej stosowane modelowanie konstrukcji budowlanych przy użyciu elementów belkowych może stanowić dodatkowe utrudnienie. Z jednej strony analiza dynamiczna takich modeli jest szybka, z drugiej strony trudnością jest zbudowanie macierzy transformacji **Z** i **T**, ponieważ ruch pieszych (rowerów) odbywa się po pomoście, który najczęściej nie jest bezpośrednio odwzorowany w modelu belkowym.

Przedstawione sformułowanie teoretyczne jest obecnie aplikowane softwarowo. Z uwagi na znaczny koszt obliczeń konieczne staje się zastosowanie techniki obliczeń równoległych [26, 28], nie tylko w odniesieniu do rozwiązania równań lokomocji, ale także do obliczeń dynamicznych związanych z wyznaczeniem odpowiedzi dla złożonego układu dynamicznego (68), zawierającego dynamikę inercyjnych układów ruchomych.

Literatura

[1] Flaga A., *Mosty dla pieszych*, WKŁ, Warszawa 2011.
[2] Leung A.Y.T., *Dynamic Stiffness and Substructures*, Springer–Verlag, London 1993.
[3] Ming D., Kong Y., WuY., Ma J., *Substructure synthesis method for simulating large molecular complexes*, Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, Vol. 100, Issue 1, The National Academy of Sciences, 2003. 104–109.

[4] Moratal D. (ed.), Gonzales A., *Vehicle-Bridge Dynamic Interaction Using Finite Element Modelling in: Finite Element Analysis*, Sciyo, Croatia, 2010, Chapter, 637-662.
[5] Caetano E., Cunha A., Raoul J., Hoorpah W., *Footbridge Vibration Design*, CRC Press, London 2009.
[6] Collette F.S., *Tuned Mass Dampers for a suspended structure of footbridge and meeting boxes*, Footbridge 2002, Paris 2002.
[7] Sedlacek G., Heinemeyer Chr., Butz Chr., Geradin M., and et. al. *Design of Lightweight Footbridges for Human Induced Vibrations*, Joint Report JRC-ECCS, JRC Scientific and Technical Reports, 2009.
[8] Bachmann H., *Case studies of structures with man-induced vibrations*, Trans. ASCE, J. Struct. Engng, Vol. 118, 1992, 631-647.
[9] Bachmann H., Ammann W., *Vibration in Structures Induced by Man and Machines*, International Assiociation of Bridge and Structural Engineering, 1987.
[10] Ho H., Wong S.C., *Two-dimensional continuum modeling approach to transportation problems*, Journal of Transportation Systems Eng. and Information Technology, No. 6, 2006, 53-72.
[11] ISO 10137. *Bases for Design of Structures – Serviceability of Buildings and Walkways Against Vibrations*. ISO, 2007.
[12] ISO 5982. *Vibration and shock-mechanical driving point impedance of human body*. ISO, 1981.
[13] Kruszewski J., Sawik S., Wittbrodt E., *Metoda sztywnych elementów skończonych w dynamice konstrukcji*, WNT, Warszawa 1999.
[14] Huang L., Wong S.C., Zhang M., Shu C.-W., Lam W.H.K., *Revisiting Hughes dynamic continuum model for pedestrian flow and the development of an efficient solution algorithm*, Transportation Research, Part B, Vol. 43, No. 1, 2009, 127-141.
[15] Huang L., Xia Y., Wong S.C., Shu C.-W., Zhang M., Lam W.H. K., *Dynamic Continuum Model for Bi-directional Pedestrian Flows*, Engineering and Computational Mechanics, Vol. 162, Issue 2, 2009, 67-75.
[16] Klasztorny M., *Dynamika mostów belkowych obciążonych pociągami szybkobieżnymi*, WNT, Warszawa 2005.
[17] Klasztorny M., Langer J., *Dynamic response of single-span beam bridges to a series of moving loads*, Earthquake Engineering & Structural Dynamics, Vol. 19, Issue 8, 1990, 1107-1124.
[18] Kleiber M. (red.), *Komputerowe metody mechaniki ciał stałych*, volume XI, PWN, Warszawa 1995.
[19] Pelechano N., Malkawi A., *Comparison of Crowd Simulation for Building Evacuation and an Alternative Approach*, Proceedings: Building Simulation, 2007.
[20] Pelechano N., Allbeck J.M., Badler N.I., *Controlling Individual Agents in High–Density Crowd Simulation*, ACM SIGGRAPH Symposium on Comuter Animation, San Diego, California 2007.
[21] Pelechano N., O'Brien K., Silverman B., Badler N.I., *Crowd Simulation Incorporating Agent Psychological Models, Roles and Communication*, First International Workshop on Crowd Simulation. Crowds'05, 2005.
[22] Pelechano N., Badler N.I., *Modeling Crowd and Trained Leader Behavior during Building Evacuation*, IEEE Computer Graphics and Applications, Vol. 26, Issue 6, 2006, 80-86.

[23] Kim S., Cho K., Choi M., Lim J., *Development of Human Body Model for the Dynamic Analysis of Footbridges under Pedestrian Induced Excitation*, Steel Structures, No. 8, 2008, 333-345.
[24] Matsumoto Y., Nishioka T., Shiojiri H., Matsuzaki K., *Dynamic design of footbridge*, IABSE Proceedings, No. P-17/78, 1987, 1-15.
[25] Xiang Y., Chung H.J., Mathai A., Rahmatalla S., Kim J. et. al., *Optimization–based Dynamic Human Walking Prediction*, Digital Human Modeling Conference, SAE International, Seattle 2007.
[26] Czech Z., *Wprowadzenie do obliczeń równoległych*, PWN, Warszawa 2010.
[27] Parent R., *Animacja komputerowa. Algorytmy i techniki*, PWN, Warszawa 2012.
[28] Karbowski A. (red.), *Obliczenia równoległe i rozproszone*, Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2001.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

JANUSZ P. KOGUT, JAKUB ZIĘBA*

ZDALNY I ZAUTOMATYZOWANY POMIAR OSIADAŃ W LABORATORYJNYCH BADANIACH GRUNTU BUDOWLANEGO

AUTOMATIC REMOTE MEASUREMENTS OF THE SETTLEMENTS IN LABORATORY TESTS OF SOIL

Streszczenie

Przedmiotem artykułu jest system pomiarowy wykorzystywany w badaniach laboratoryjnych osiadań gruntu. System zbudowany jest z wielu elementów (modułów) składowych, pozwala kontrolować przebieg różnych eksperymentów. Szczególnie przydaje się w przypadku długotrwałych (wielodniowych) badań. Przykładem takich badań są laboratoryjne badania gruntu zalecane przez normy krajowe oraz europejskie. Zaprezentowano również wyniki badań przeprowadzonych przy użyciu tego systemu pomiarowego.

Słowa kluczowe: badania gruntu, system akwizycji i analizy, monitoring

Abstract

This paper discusses a data acquisition and analysis system used in automatic laboratory testing of settlements of soil. The system consists of several blocks. It may be applied in different, time consuming, soil measurements. All of them are the subjects of home and European standards. In the paper some experimental results have also been shown.

Keywords: soil laboratory testing, data acquisition and analysis, monitoring

* Dr inż. Janusz P. Kogut, mgr inż. Jakub Zięba, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

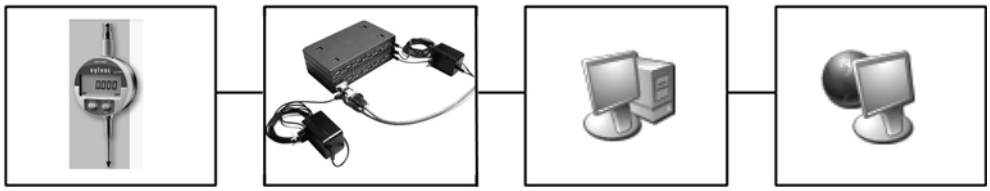
Przedmiotem artykułu jest opis systemu akwizycji i analizy danych pomiarowych wykorzystywanego w badaniach osiadań gruntu. System taki zbudowany został z kilku elementów (ogniw) składowych. System taki pozwala w sposób uniwersalny monitorować przebieg różnych eksperymentów. Szczególnie przydatny jest on w przypadku długotrwałych (wielodniowych) badań. Przykładem takich badań są zalecane przez normy krajowe [1] oraz europejskie [2, 3] badania konsolidacji gruntu.

Prezentowany system został zbudowany i wykorzystywany jest w Laboratorium Zakładu Współpracy Budowli z Podłożem WIL Politechniki Krakowskiej. Składa się on z zespołu czujników pomiarowych, modułu automatycznej akwizycji danych oraz modułów automatycznej analizy wyników badań i zdalnego monitoringu. W tym ostatnim przypadku utworzona aplikacja multimedialna pozwala na obserwowanie przez Internet wyników eksperymentu, niezależnie od systemu operacyjnego.

Przez modyfikacje kodu źródłowego programu istnieje możliwość dostosowania systemu do badań nie tylko gruntów, ale również do badania ugięć, przemieszczeń czy też odkształceń konstrukcji. Podobne systemy są wdrażane już w różnych aplikacjach [4].

2. Charakterystyka systemu pomiarowego

Rys. 1 przedstawia cztery charakterystyczne składniki utworzonego systemu. Pierwszy składnik stanowią czujniki, których zadaniem jest pomiar zmian fizycznych ośrodków poddanych badaniom. Kolejne ogniwo to urządzenie do przetwarzania i przesyłania informacji w postaci numerycznej do jednostki centralnej. Trzecim składnikiem jest komputer zawierający oprogramowanie utworzone na użytek określonego badania. Ostatnim ogniwem jest aplikacja multimedialna, która pozwala na zdalną kontrolę i prezentuje bezpośrednie wyniki badania np. w formie tabelarycznej, graficznej lub wielkości pochodne, obliczane na bieżąco. Aplikacja może również, poprzez sygnał dźwiękowy, informować o osiągnięciu danego stanu.



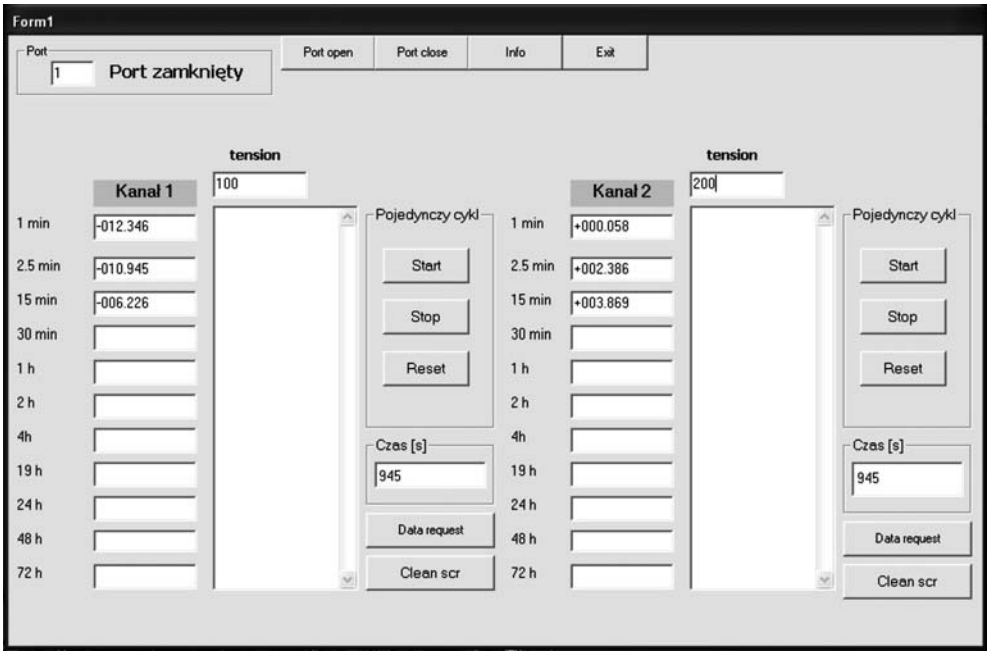
Rys. 1. Składniki systemu automatycznego pomiaru, akwizycji, analizy i zdalnej prezentacji badań doświadczalnych

Fig. 1. Data aquisition and analysis system with remote monitoring of the laboratory tests

W zbudowanym systemie zastosowano czujniki przemieszczeń. Użyte tu czujniki Sylvac w wersji s229 są czujnikami cyfrowymi, który przetwarzają przemieszczenie w sygnał cyfrowy. Ten z kolei jest wyświetlany na wyświetlaczu LCD oraz może być przesyłany dalej (np. bezpośrednio do komputera). Baza prezentowanego na rys. 1 czujnika wynosi 25 mm, a rozdzielczość pomiarowa to 0.001 mm, zatem spełnia on warunki normowe pomiaru osia-

dań wymagane przez [1, 2]. Dane rejestrowane przez czujnik przesyła się dalej w postaci cyfrowej kablem Opto RS 232. Kabel Opto RS 232 jest kablem typu *duplex* o maksymalnej długości handlowej 15 m, dzięki czemu umożliwia na niezakłócone przesyłanie informacji w dwóch kierunkach, co pozwala np. wysyłanie komend do czujnika[1]. Dodatkowo wykorzystano multiplexer Sylvac D104-PC, który dokonuje pomiarów wielokanałowych, pozwalając dla jednego portu komunikacyjnego komputera odczytywać dane z wielu czujników. Przesyłanie informacji do komputera odbywa się za pomocą złączki kablowej typu USB-RS232. Kabel ten powinien posiadać takie same parametry przesyłania danych jak kable łączące czujniki z multiplexerem. Jest to istotne z uwagi na szybkość transmisji oraz na zgodność sprzętową w przesyłaniu danych.

Dla usprawnienia badań, wynikających z ograniczeń, jakie narzuca [1], tj. długi czas badania pojedynczej próbki mierzonej w dniach, został napisany dedykowany program w języku Visual Basic [5, 6]. Program wykorzystuje możliwości komunikowania się z komputerem, jakie posiadają zarówno czujniki jak i multiplexer. Rys. 2 prezentuje przykładowy interfejs programu w środowisku MS Windows.



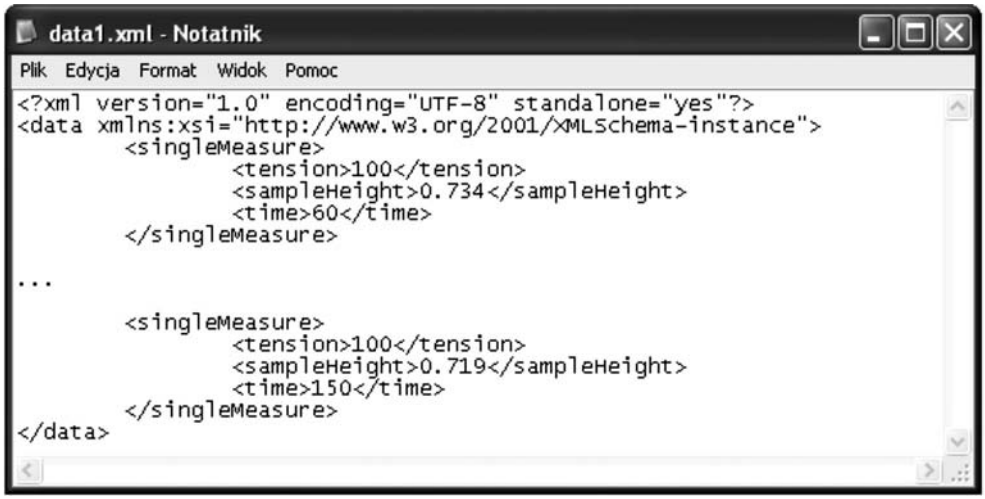
Rys. 2. Okienko komunikacji z programem akwizycji danych

Fig. 2. Data aquisition system communication window

[1] Na rynku można znaleźć oferty czujników pomiarowych, które zdalnie przesyłają informację, najczęściej drogą radiową. Takie rozwiązanie pozwala na umieszczanie czujników w mniej dostępnych miejscach, także w znacznej odległości od siebie.

Po otworzeniu portu komunikacyjnego aplikacja pozwala na pobieranie danych pomiarowych. Np. do prezentowanych badań konsolidacji gruntu został zaprogramowany pojedynczy cykl pobierania danych z czujnika. Po uruchomieniu przycisku „Start" rozpoczynamy cykl pobierania próbek. Po upływie kolejno 1, 2.5, 15, 30 minut oraz 1, 2, 4, 19, 24, 48, 72 godzin automatycznie zostaje pobrana wartość odczytu z czujnika i umieszczona w odpowiednim okienku programu. Taki sam cykl zdefiniowano dla badania, które może być zsynchronizowane lub niezależnie przeprowadzane dla kanału drugiego i następnych. Dodatkowo program automatycznie zapisuje do pliku tekstowego data.xml z pierwszego kanału oraz data2.xml dla drugiego kanału oraz analogicznie dla kolejnych zdefiniowanych kanałów, wartości odczytów z czujników[2]. Umieszczono również w oknie odpowiadającym danemu kanałowi pomiarowemu, aktualny czas pomiaru ([s]) oraz szereg przycisków pozwalających na kontrolę akwizycji danych (np. Stop, Reset) oraz przycisku wywołującego aktualny odczyt (Data request), którego wartość pojawia się natychmiast w wolnym podłużnym okienku (np. w danej chwili czasu lub po przekroczeniu czasu 72 godzin) i może być usuwana z ekranu przyciskiem (Clean scr).

3. Analiza danych oraz monitoring



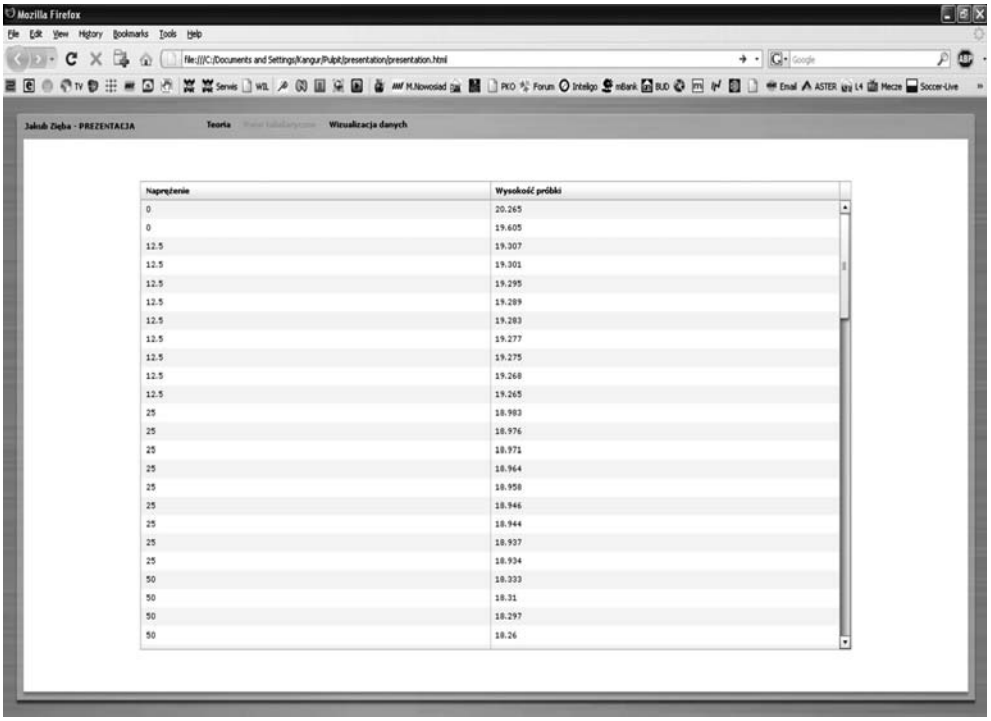
Rys. 3. Okienko z fragmentem uniwersalnego kodu

Fig. 3. Universal computer code

Badania edometryczne gruntu budowlanego mogą być procesem długotrwałym, w którym należy znać aktualną wysokość próbki znajdującej się w nieodkształcalnym pierścieniu poddanej zadanemu obciążeniu. Do opisywanych badań [7] stworzono i zastosowano pro-

[2] Maksymalna liczba kanałów pomiarowych to 48. Wynika to z ograniczeń, jakie narzuca multiplexer, ale zapis do zbioru danych odbywa się automatycznie w zadanym interwale czasowym, np. co 24 godziny zgodnie z [1].

gram do odczytywania wartości osiadania z czujnika, zapisywanej automatycznie do pliku data.xml[3] jako nowa wysokość gruntu w pierścieniu. Zapisane dane, zakodowane przy użyciu uniwersalnego języka oprogramowania, umożliwiają późniejszą możliwość analizy rezultatów badań w programach działających na innych platformach i to niezależnie od systemu operacyjnego użytkownika. Jak wspomniano, zapis danych do pliku *.xml pozwala na szeroką możliwość prezentacji obliczeń, jakie otrzymujemy podczas badań. W aplikacji pozwolono użytkownikowi na podgląd aktualnego stanu pliku zawierającego dane. Plik data.xml nie zawiera konkretnie sprecyzowanych form pozwalających na pełne wyświetlenie wyników. Podczas wyświetlania pliku otrzymamy tylko zwykły tekst, taki jak prezentowany na rys. 3. Aby wygenerować potrzebne użytkownikowi do interpretacji fizycznej gruntu wykresy, wykorzystano zintegrowane środowisko FLEX-a[4].



Naprężenie	Wysokość próbki
0	20.265
0	19.605
12.5	19.307
12.5	19.301
12.5	19.295
12.5	19.289
12.5	19.283
12.5	19.277
12.5	19.275
12.5	19.268
12.5	19.265
25	18.983
25	18.976
25	18.971
25	18.964
25	18.958
25	18.946
25	18.944
25	18.937
25	18.934
50	18.333
50	18.31
50	18.297
50	18.26

Rys. 4. Okienko z tabelą wyników doświadczalnych z badania gruntu w edometrze

Fig. 4. Oedometric measurement results visualization window

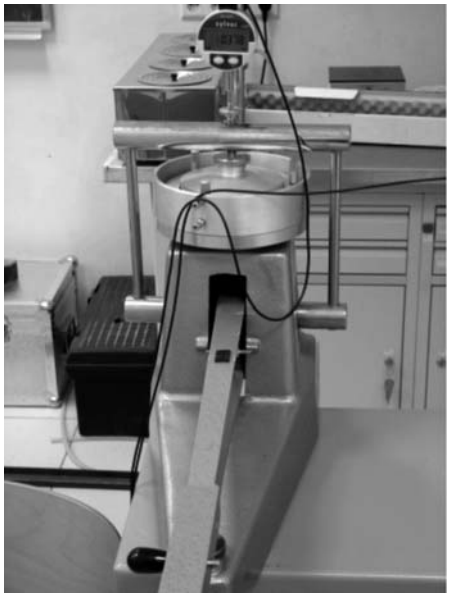
[3] Plik data.xml, w którym tu zastosowano to podejście, opiera się na standardach konsorcjum międzynarodowego W3C.

[4] Samo środowisko dostarcza szeroki wachlarz narzędzi, tj. głównie biblioteki, dzięki którym można zaprojektować interaktywne tabele, wykresy, panele, oraz dodatkowo pozwalają na analizę danych. Wiele dodatków, jakie znajdują się w środowisku pozwala na bogatą prezentacje wyników, przez co stają się one bardziej czytelne dla użytkownika.

Utworzono program do prezentacji, który można otworzyć w przeglądarce internetowej[5]. Aplikacja otwiera się przez stronę html, która bezpośrednio odnosi się do kodu działającego w środowisku FLEX. W pliku znajdują się wcześniej zdefiniowane komendy, pozwalające na otrzymanie gotowego wykresu, którego szablon znajduje się w zakładce „Wizualizacja danych". W innych zakładkach (np. „Dane tabelaryczne"), jak pokazano na rys. 4, dodatkowo mamy podgląd na bieżące odczyty pomiarowe. Przy automatycznym aktualizowaniu pliku data.xml można przez Internet śledzić przebieg badania, co jest postępem w stosunku do typowego obserwowania badania w laboratorium. Dodatkową zaletą takiego rozwiązania jest możliwość wykonywania go na wielu próbkach, które można przeprowadzać np. w wielu różnych laboratoriach równocześnie.

4. Praktyczne zastosowanie systemu w badaniach gruntu

Zbudowany system zastosowano w dwóch typowych badaniach gruntu. Próbki gruntu pobrano z otworu wiertniczego zlokalizowanego w południowej części miasta Krosna, odwierconego na fragmencie strefy przejściowej pomiędzy plejstoceńską wysoczyzną a nadzalewową terasą rzeki Wisłok [8]. Grunt reprezentują typowe tamże utwory czwartorzędowe – plejstoceńskie deluwia zboczowe, wykształcone w postaci różnego rodzaju glin i pyłów, często piaszczystych.

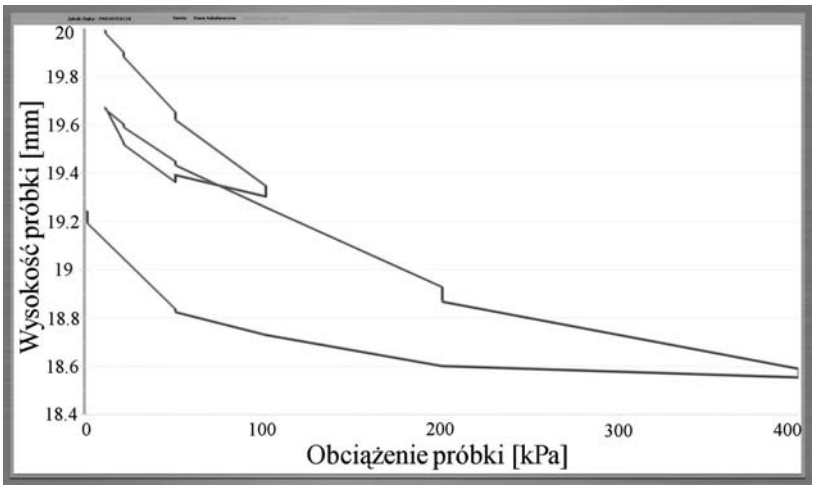


Rys. 5. Edometr w trakcie badania modułu ściśliwości

Fig. 5. Oedometer during the experiment

[5] Np. MS Internet Explorer, Mozilla Firefox i inne, które dodatkowo wyposażone muszą być w plugin umożliwiający działanie w postaci Flash.

W komorze edometru (rys. 5) umieszczono próbkę gruntu **3/1** pobraną z głębokości ok. 0,80 m. Jest to glina pylasta o wilgotności naturalnej w chwili pobrania w_n = 18,6% i gęstości objętościowej ρ = 2,06 g/cm^3. Dla tej próbki dokonano badanie osiadania na skutek zmiany obciążenia. Obciążenia wywoływały w gruncie ekwiwalentne naprężenia normalne do wartości σ = 400 kPa. Ścieżka naprężeń obejmowała zarówno obciążenie, jak i odciążenie gruntu. Rys. 6 przedstawia rezultaty otrzymane w wyniku badania. Próbka gruntu doznaje w końcowym efekcie po przejściu całej ścieżki obciążenia, zgodne z przewidywaniami trwałych odkształceń.

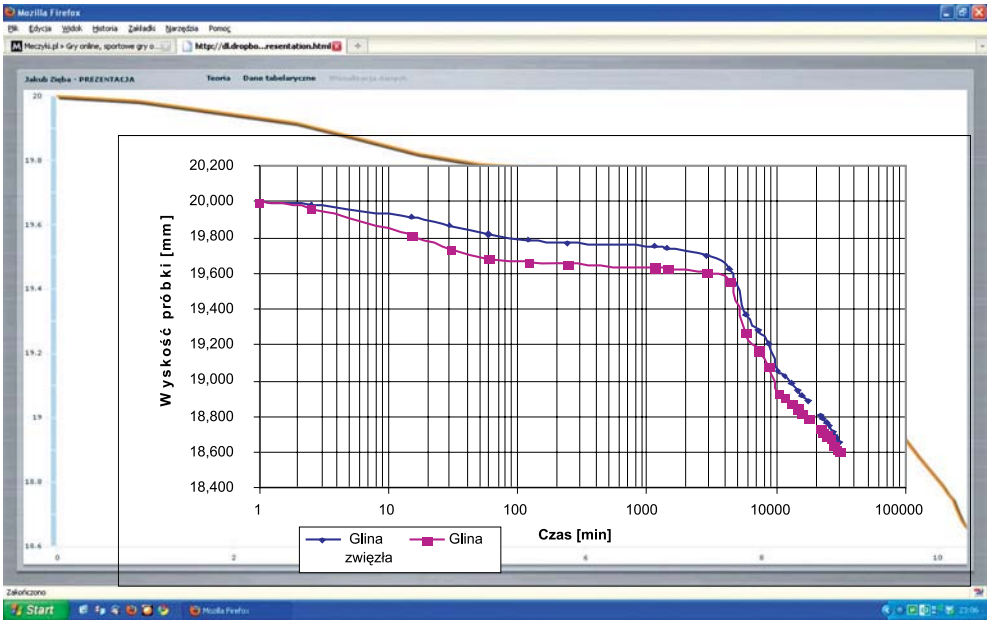


Ryc. 6. Wykres osiadań z badania w edometrze

Fig. 6. Oedometric measurement of settlement

Kolejne badanie przeprowadzono w celu określenia krzywych konsolidacji gruntu. Do badań użyto dwóch różnych gruntów. Próbę **3/3** wydobyto z głębokości 1,55–1,90 m. Jest to glina zwięzła o wilgotności naturalnej w_n = 16,12%. Próbę **3/4** pobrano z głębokości 1,90–2,10 m. Jest to glina o wilgotności naturalnej w_n = 20,51%.

Próbki gruntu obciążono równomiernym obciążeniem o ekwiwalentnym naprężeniu normalnym wynoszącym σ = 100 kPa. Odpowiada ono naprężeniu w gruncie powstałym przy realizacji niewielkich obiektów budowlanych np. domków jednorodzinnych. Rys. 7 prezentuje rezultaty konsolidacji dla próbek **3/3** oraz **3/4** w wyniku działającego obciążenia w kierunku normalnym. Proces konsolidacji pomimo długiego okresu badań i stosunkowo niewielkiego obciążenia nie zakończył się zgodnie z warunkami normowymi wymaganymi przez [1]. Autorzy uważają, że odbyło się to wskutek braku zapewnienia odpowiednich warunków wilgotnościowych. W tle rys. 7 przedstawiono również wykres krzywej konsolidacji z aplikacji internetowej.



Rys. 7. Wyniki otrzymane przy badaniu konsolidacji utworów czwartorzędowych z terasy Wisłoka

Fig. 7. The consolidation results of quarternary deposits of Wisłok river

5. Wnioski

W artykule omówiono system pomiarowy wykorzystywany w badaniach laboratoryjnych mechanicznych parametrów gruntu. System ten został opracowany i wdrożony przez autorów. Prezentowany system składa się z czujników przemieszczeń, modułu automatycznej akwizycji danych oraz modułów automatycznej analizy wyników badań i zdalnego monitoringu. Możliwość takiej analizy jest przedstawiona w postaci aplikacji, która może być użyta przez Internet, niezależnie od użytkowanej platformy systemowej.

Zaproponowano uniwersalne rozwiązanie – system, który może również zdalnie analizować zmiany stanu obiektu fizycznego wynikające z oddziaływania zewnętrznego na niego. Niestety system ten nie jest systemem dynamicznym.

Przedstawione rozwiązanie jest dużym ułatwieniem w dziedzinie analizy zachowania się próbek gruntu budowlanego pod wpływem obciążenia. Zastosowano je praktycznie w dwóch podstawowych badaniach gruntu, których rezultaty pokazano w pracy.

W przyszłości autorzy chcą dopracować system w taki sposób, aby mógł on korzystać z łączności bezprzewodowej. Planuje się również wprowadzenie modułu zarządzającego.

Literatura

[1] PN-88/B-04481 Grunty Budowlane. Badanie próbek gruntu.

[2] Eurocode 7 Geotechnical Design – part 2: Design assisted by laboratory testing, EN-1997-2.

[3] PN-EN ISO 1488-1,2 Badania geotechniczne – oznaczenia i klasyfikowanie gruntów.

[4] Witakowski P., *Bezprzewodowe zarządzanie procesem budowlanym*, Wyd. AGH, Kraków 2011.

[5] Siler B., Spotts J., *Visual Basic 6.0*, 1998.

[6] Stephens R.,*Visual Basic 2005 programmer's Reference*, 2005.

[7] Zięba J.,*Rozwijanie systemu automatycznej akwizycji i analizy danych doświadczalnych do zdalnego monitoringu wybranych własności fizycznych gruntu budowlanego*, praca magisterska, Politechnika Krakowska, Kraków 2008.

[8] Korzeniowska-Rejmer E., Czado B., Pietras J., *Opinia geotechniczna dla zadania: Rozbudowa budynku nr 1, PWSZ w Krośnie*, Kraków 2008.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

ARKADIUSZ KWIECIEŃ*

REDUKCJA KONCENTRACJI NAPRĘŻEŃ PO NAPRAWIE POLIMEROWYM ZŁĄCZEM PODATNYM

REDUCTION OF STRESS CONCENTRATION AFTER REPAIR USING OF POLYMER FLEXIBLE JOINT

Streszczenie

Artykuł poświęcony jest zagadnieniu występowania koncentracji naprężeń w konstrukcjach budowlanych, zwłaszcza uszkodzonych i możliwości ich redukcji przez zastosowanie polimerowych złączy podatnych. Aspekt ten został przeanalizowany przy użyciu modelu numerycznego oraz prostego prętowego modelu złącza podatnego o charakterystyce nieliniowej, opisanego liniowymi związkami konstytutywnymi.

Słowa kluczowe: koncentracja naprężeń, redystrybucja naprężeń, polimerowe złącze podatne, model prętowy złącza

Abstract

Paper deals with the stress concentration problem in civil engineering structures, especially damaged and possibility of their reduction using of polymer flexible joints. This aspect was analyzed based on a numerical model, as well as a simple bar model of flexible joint of nonlinear characteristic, which was described by linear constitutive equations.

Keywords: stress concentration, stress redistribution, polymer flexible joint, bar model of a joint

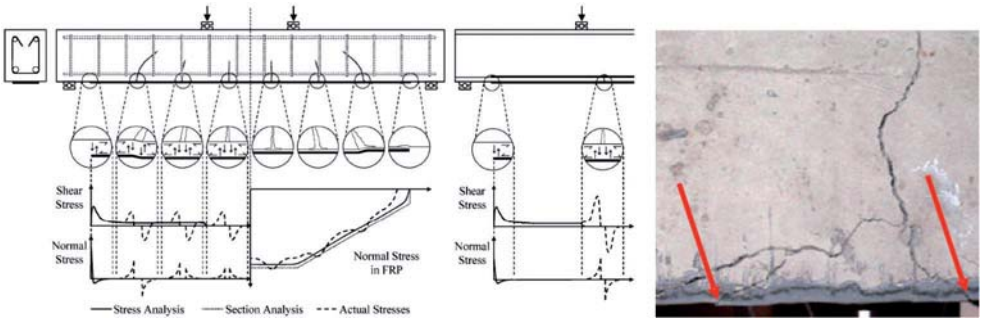
* Dr inż. Arkadiusz Kwiecień, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Zjawisko koncentracji naprężeń występuje w budownictwie w wielu konstrukcjach. Jednym z przykładów koncentracji naprężeń jest punktowy docisk dwóch elementów budowlanych (np. w miejscu pęknięcia lub w miejscu niewłaściwie wykonanej szczeliny dylatacyjnej), które napierając na siebie generują lokalnie duże naprężenia. Zjawisko to jest szczególnie widoczne na nawierzchniach drogowych i lotniskowych oraz tam, gdzie występują okładziny z płyt betonowych. Czynnikami najczęściej generującymi takie uszkodzenia są obciążenia termiczne pochodzące od dobowych i sezonowych zmian temperatury, którym sprzyjają także błędy wykonawcze i technologiczne [1, 2].

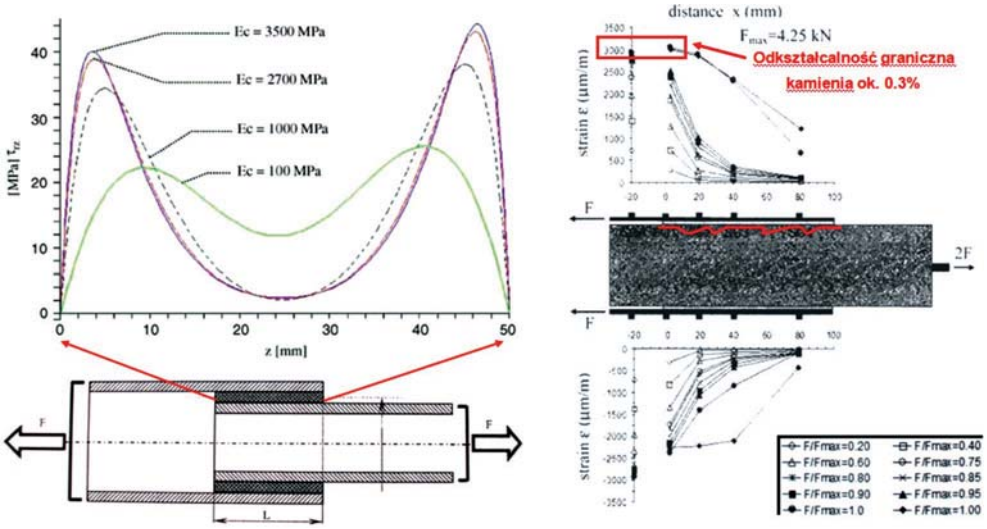
Koncentracje naprężeń występują także przy wzmacnianiu konstrukcji materiałami kompozytowymi FRP mocowanymi na sztywnych warstwach adhezyjnych (żywicach epoksydowych), gdzie zarysowanie (pęknięcie) wzmacnianego elementu generuje wzrost naprężeń w kompozycie FRP (rys. 1). Są to lokalnie występujące strefy oddziaływania karbu, w których siła z jednego elementu jest przekazywana na drugi przez warstwę łączącą (im sztywniejsza, tym większa koncentracja naprężeń). W takich miejscach efekt karbu inicjuje uszkodzenie wzmocnienia lub proces jego delaminacji [3, 4]. Nierównomierny rozkład naprężeń występuje w ścinanych warstwach adhezyjnych łączących dwa elementy konstrukcyjne (wzmocnienia kompozytami FRP, kotwy). W takich warstwach silne koncentracje naprężeń pojawiają się na końcach doklejonego kompozytu lub kotwy i są tym większe, im sztywniejsza jest warstwa adhezyjna [5, 6] (rys. 2). Szczególnie duże naprężenia generowane są w przypadku stosowania sztywnych żywic epoksydowych [5].

Koncentracje naprężeń obserwowane są także na granicy ziaren i matrycy w betonie, co zostało wykazane między innymi w badaniach elastooptycznych. Po zarejestrowaniu zmiennych poziomów odkształceń w materiale pod obciążeniem można obliczyć lokalne zmiany naprężenia. Ich obraz w postaci pików koncentracji naprężeń przedstawiono na rys. 3 za pracą [7]. Piki te powodują powstanie mikropęknięć, gdy naprężenia przekroczą lokalnie wytrzymałość materiału (schematycznie przedstawioną linią prostą na rys. 3).



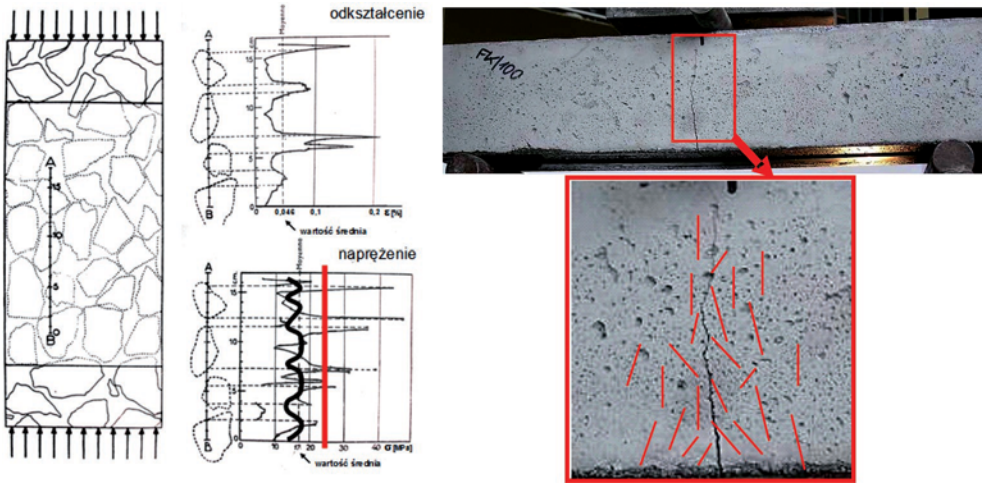
Rys. 1. Krawędzie pęknięć w betonie i lokalne uszkodzenia epoksydowej warstwy adhezyjnej generujące wysoki poziom koncentracji naprężeń (efekt karbu) w kompozycie FRP [3, 4]

Fig. 1. Boundary of concrete cracks and local damages of epoxy adhesive generating high stress concentrations (notch effect) in the FRP composite [3, 4]



Rys. 2. Nierównomierny rozkład naprężeń w ścinanych warstwach adhezyjnych oraz piki koncentracji naprężeń występujące na końcu połączenia [5, 6]

Fig. 2. Uneven stress distribution in shear adhesive layers and peaks of stress concentrations appearing at the ends of joints [5, 6]



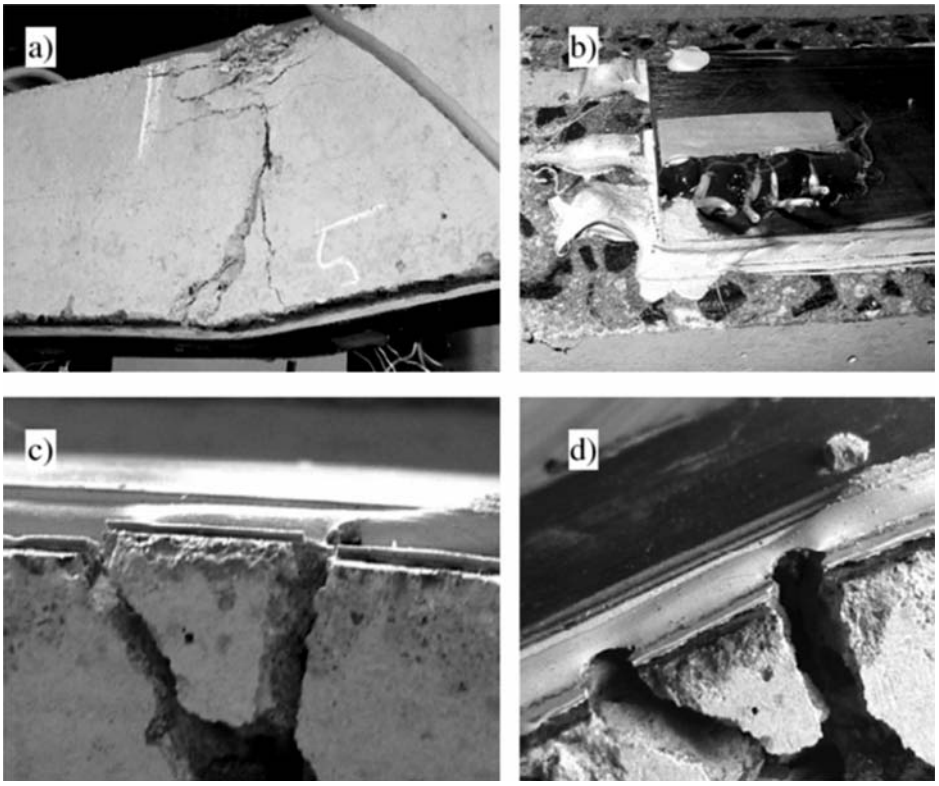
Rys. 3. Koncentracje naprężeń na granicy ziaren w betonie (po lewej) – za [7], schematycznie zaznaczone mikropęknięcia wokół rysy, spowodowane koncentracjami naprężeń (po prawej)

Fig. 3. Stress concentrations at boundaries of particles in concrete (on the left hand side) – after [7], schematically marked micro cracks in the surrounding of a crack, caused by stress concentrations (on the right hand side)

2. Redukcja koncentracji naprężeń przez zastosowanie polimerowych złączy podatnych

W pracy [5] wykazano, że użycie materiałów o większej podatności (o niskim module Young'a < 1000 MPa i dużej odkształcalności > 1 %) do budowy warstw adhezyjnych może powodować zredukowanie koncentracji naprężeń i włączenie do współpracy większej powierzchni skleiny, a to przekłada się na większą energię zniszczenia i korzystniejsze parametry wytrzymałościowe [2, 8]. Takimi materiałami są masy poliuretanowe, stosowane w polimerowych złączach podatnych, które wykorzystywane są do klejenia pękniętych konstrukcji betonowych i murowych [9, 10].

W przypadku stosowania sztywnych warstw adhezyjnych w połączeniach elementów kruchych, piki koncentracji naprężeń przekraczają wartość średnią naprężenia, która jest tożsama z naprężeniem nominalnym (siła przez powierzchnię w konfiguracji początkowej). Gdy ich poziom przekroczy wytrzymałość materiału (prosta linia na rys. 3), dochodzi do powstania mikropęknięć, które aktywują nieliniowe zachowanie materiału kruchego (redukują przekrój efektywny [11]), prowadząc w końcowej fazie do lawinowego łączenia się mikropęknięć i powstania pęknięcia głównego (rys. 3).



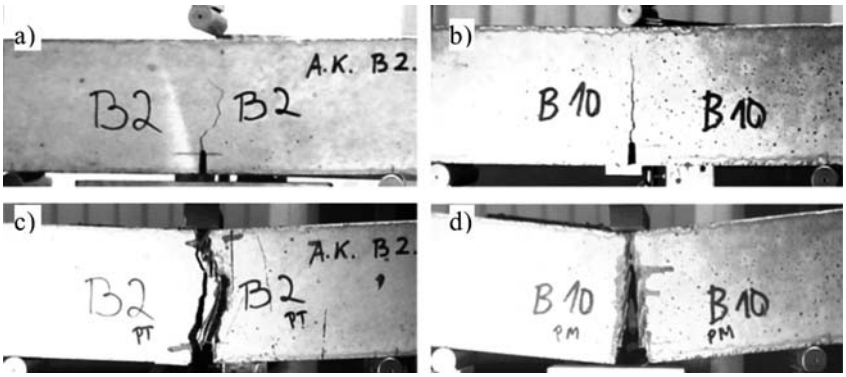
Rys. 4. Polimerowa warstwa adhezyjna zabezpieczająca taśmę CFRP przed efektem karbu [4]

Fig. 4. Polymer adhesive layer protecting a CFRP laminate against the notch effect [4]

Sklejenie pęknięcia polimerem podatnym prowadzi do zredukowania pików koncentracji naprężeń (ich wygładzenie pokazano schematycznie na rys. 3 pofalowaną linią) i stąd do obniżenia wartości naprężenia maksymalnego w przekroju pracującego elementu, co przekłada się na zwiększenie nośności naprawionego elementu [2, 11]. Podatność mas polimerowych i ich nieliniowa charakterystyka w zakresie dużych odkształceń powoduje, że niwelowane są piki koncentracji naprężeń na drodze redystrybucji naprężeń. Zjawisko to jest szczególnie widoczne w miejscu wystąpienia pęknięć z dużymi deformacjami, (w elementach konstrukcyjnych wzmocnionych taśmami CFRP klejonymi na polimerowych warstwach adhezyjnych), gdzie wpływ efektu karbu jest skutecznie niwelowany przez podatną warstwę adhezyjną [4], zabezpieczając wrażliwą taśmę kompozytową przed zniszczeniem (rys. 4). Takie właściwości polimerowych warstw adhezyjnych i duża ich odkształcalność pozwalają na włączenie do współpracy całej klejonej powierzchni (rys. 2 i 4b) i tym samym przeniesienie znacznych obciążeń, nawet gdy element konstrukcyjny jest silnie uszkodzony [12].

3. Obraz pracy polimerowego złącza podatnego w analizie numerycznej

Wykonane przez autora badanie niszczące belki betonowej w próbie trójpunktowego zginania umożliwiło przeanalizowanie wpływu polimerowej warstwy adhezyjnej na stopień wytężenia betonu i jego rozkład wokół skleiny. Rozciąganie włókien dolnych w zginanej belce betonowej prowadzi do powstania pików koncentracji naprężeń rozciągających, które wzrastając wraz z deformacją belki osiągają wartość krytyczną, inicjująca powstawanie mikropęknięć w betonie. Osiągnięcie przez beton granicznych odkształceń uruchamia lawinowy proces niszczenia struktury i jego propagację (por. rys. 3), opisaną modelem Mazars'a [13]. Model zniszczenia Mazars'a zakłada liniowo-sprężyste zachowanie się materiału kruchego przed uruchomieniem procesu zniszczenia.

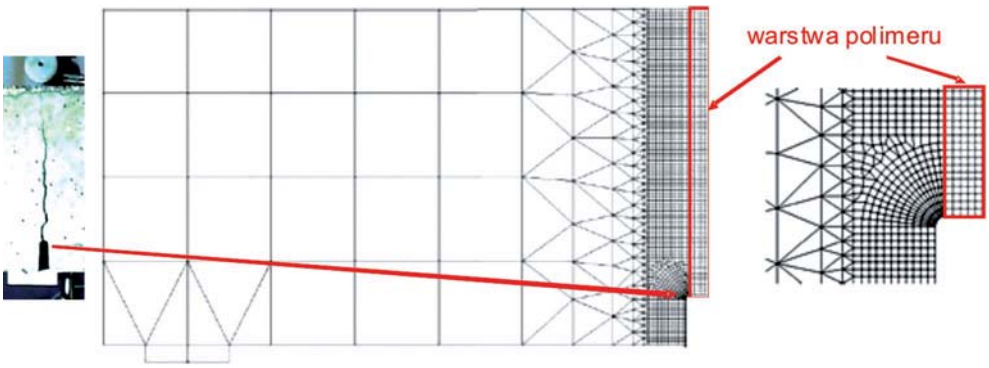


Rys. 5. Belki betonowe z karbem (B2 i B10) w teście trójpunktowego zginania – badania własne: po zniszczeniu pierwotnym betonu – (a), (b) oraz po zniszczeniu wtórnym belki naprawionej dwoma rodzajami masy klejącej: polimerem PT o E = 800 MPa (c) i polimerem PM o E = 4,4 MPa (d)

Fig. 5. Concrete beams with a notch in the three point bending test – own experiments: after primary damage of concrete – (a), (b) and after secondary damage of the beams repaired by two kinds of bonding mass: polymer PT with E = 800 MPa (c) and polymer PM with E = 4.4 MPa (d)

Model ten został zastosowany do opisu zachowania belek z betonu keramzytowego, testowanych do zniszczenia w procesie trójpunktowego zginania (rys. 5). Przyjęty model był testowany wcześniej z powodzeniem w pracy [14], z wykorzystaniem danych eksperymentalnych zamieszczonych w pracy [15]. Prawidłowo zdefiniowany i sprawdzony model został zastosowany w pracy [14] do opisu zachowania betonu w przeprowadzonym eksperymencie z polimerowymi złączami podatnymi. Dobór parametrów modelu został wykonany dla belki z betonu keramzytowego o wymiarach 500×100×100 mm, z nacięciem w środku rozpiętości w celu uniknięcia przypadkowej lokalizacji uszkodzenia (rys. 5). Podstawą doboru parametrów był otrzymany wykres siła–przemieszczenie (rozpiętość podpór wynosiła 300 mm), zarejestrowany przy stałej prędkości przemieszczenia. Prawidłowo dobrany model pracy betonu pozwolił na zobrazowanie w sposób pośredni zmian rozkładu koncentracji naprężeń w belce przed pierwotnym zniszczeniem i po sklejeniu polimerami. Polegał on na wyznaczeniu map wytężenia betonu skorelowanych z intensywnością parametru uszkodzenia modelu Mazars'a [14].

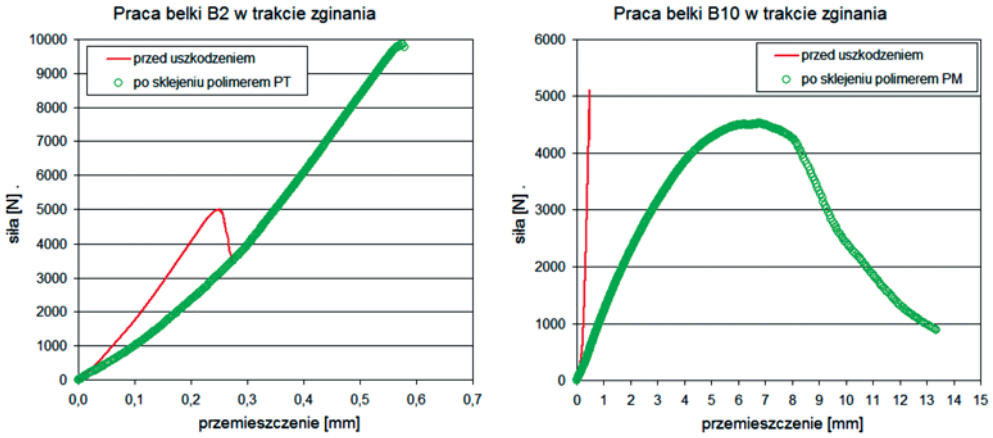
Dopasowanie modelu numerycznego do danych eksperymentalnych wykonano przy użyciu programu Aster-Code bazującego na Metodzie Elementów Skończonych i na Salome-Platform (postprocessing). Siatkę MES modelu belki betonowej przed zniszczeniem (symetryczna połówka) wraz z dołożoną warstwą polimeru przedstawiono na rys. 6 [14]. Model pracy liniowo-sprężysty był założony taki sam dla betonu i polimeru, co obarczone było niewielkim błędem (akceptowalnym) z uwagi na charakterystyki krzywych eksperymentalnych siła–przemieszczenie. Zostały one zaprezentowane na rys. 7 dla belek przed i po sklejeniu polimerami o różnej sztywności i odkształcalności granicznej (PT: E = 800 MPa i ε = 10%, PM: E = 4,4 MPa i ε = 120%).



Rys. 6. Siatka modelu MES dla połówki belki betonowej z warstwą polimeru [14]

Fig. 6. FEM model mesh of the half beam with polymer layer [14]

W miarę dobre dopasowanie modelu numerycznego do danych eksperymentalnych uzyskano poniżej poziomu siły równego 1500 N, stąd w tym zakresie była prowadzona analiza. Dla zadanej maksymalnej analizowanej deformacji modelu (rys. 8a) otrzymano rozkłady map wytężenia w betonie dla belki dziewiczej przed uszkodzeniem (rys. 8b – bez zaznaczonej warstwy polimeru) oraz po sklejeniu polimerami PT (rys. 8c) i PM (rys. 8d). Duża gęstość siatki modelu w analizowanej strefie pozwoliła na dokładne pokazanie zmian intensywności wytężenia w betonie i w polimerze. Kolorem czerwonym oznaczone są wytężenia o największej intensywności, a niebieskim o najmniejszej. Mapy wytężeń wokół karbu dla dwóch poziomów działającej siły: 900 N i 1500 N pokazano na rys. 9.



Rys. 7. Krzywe eksperymentalne siła-przemieszczenie otrzymane przy zginaniu belek B2 i B10, przed uszkodzeniem i po sklejeniu polimerami PT i PM (o różnej sztywności)

Fig. 7. Experimental force-displacement curves obtained during bending of beams B2 and B10, before damage and after bonding using of polymers PT and PM (of various stiffness)

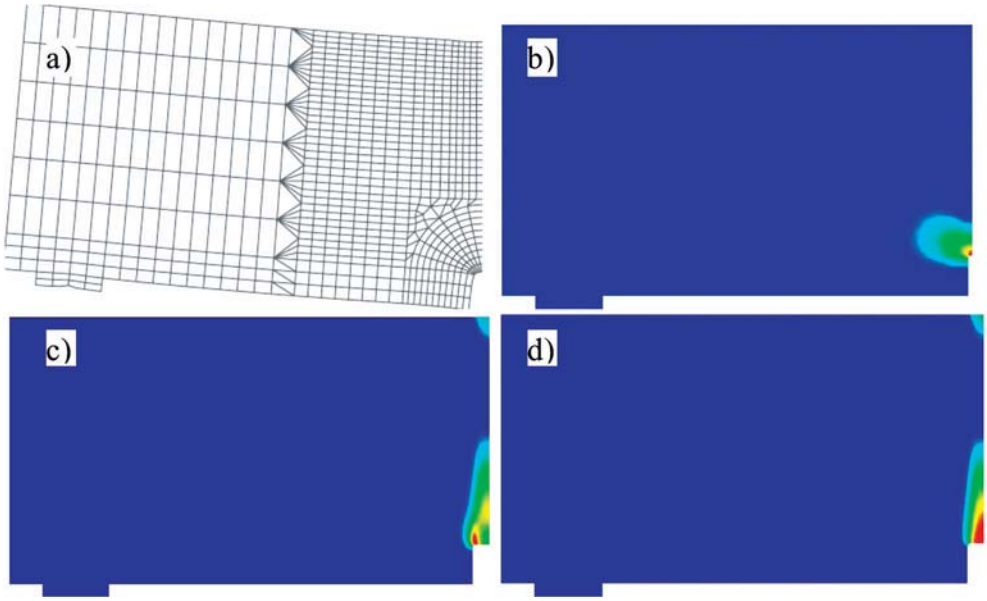
Niszczące naprężenie rozciągające w betonie belki dziewiczej na poziomie karbu, obliczone ze wzoru (1) dla maksymalnej siły 5000 N (rys. 7) wyniosło 3,11 MPa, natomiast naprężenie rozciągające dla analizowanego w modelu poziomu siły 1500 N wyniosło 1,04 MPa.

$$\sigma_t^{\max} = 1{,}5 \cdot \frac{P \cdot L}{b \cdot h^2} = \frac{5000 \cdot 300}{100 \cdot 85^2} = 3{,}11\,[\text{MPa}]$$
$$\sigma_t = 1{,}5 \cdot \frac{P \cdot L}{b \cdot h^2} = \frac{1500 \cdot 300}{100 \cdot 85^2} = 1{,}04\,[\text{MPa}] \qquad (1)$$

W modelu numerycznym do obliczeń przyjęto moduły Younga betonu 2180 MPa oraz początkowe moduły Younga polimeru PT – 800 MPa i polimeru PM – 4,4 MPa, natomiast liczby Poisson'a przyjęto $\nu = 0{,}17$ dla betonu i $\nu = 0{,}495$ dla obu polimerów. Wytrzymałości na rozciąganie wynoszą: dla betonu 3 MPa, dla polimeru PT 18 MPa i dla polimeru PM 1,4 MPa, a odkształcenia graniczne 0,006%, 10% i 120%, odpowiednio.

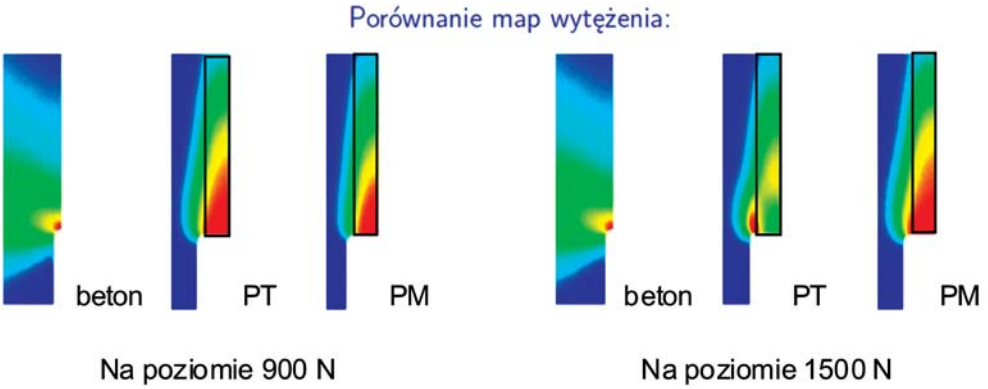
Analizując mapy wytężeń na rys. 9, można zauważyć, że w przypadku materiału o stosunkowo dużej sztywności (beton), koncentracja naprężeń zlokalizowana jest praktycznie w jednym punkcie. Oznacza to, że obciążenia przenoszone są głównie przez niewielką powierzchnię, co generuje lokalnie duży poziom naprężeń (por. rys. 1). Wprowadzenie z kolei w połączenie materiału o mniejszej sztywności powoduje redystrybucję naprężeń na większą powierzchnię, prowadząc do obniżenia ich wartości.

Porównanie map wytężeń złącza polimerowego PT dla różnych poziomów obciążenia (rys. 9) pokazuje, że przy sile 900 N złącze polimerowe wykazuje większe wytężenie niż sąsiadujący beton. Przy poziomie siły 1500 N dochodzi do redystrybucji naprężeń z uwagi na większą wytrzymałość polimeru na rozciąganie i rozpoczęcia procesu niszczenia osłabionej uprzednio mikropęknięciami struktury betonu w otoczeniu złącza (por. rys. 5c).



Rys. 8. Deformacja siatki MES modelu (a) oraz mapy rozkładu wytężenia materiału przy sile 1500 N: w betonie dla belki dziewiczej przed uszkodzeniem (b), w polimerze i w betonie po sklejeniu polimerem PT (c) i polimerem PM (d) [14]

Fig. 8. Deformation of the FEM model mesh (a) and maps of material effort distribution (force of 1500 N): in concrete for the virgin beam before damage (b), in polymer and in concrete after bonding with polymer PT (c) and with polymer PM (d) [14]



Rys. 9. Rozkład wytężenia materiału w przekroju przez beton i polimer w otoczeniu karbu, przy dwóch poziomach obciążenia belek (900 N i 1500 N) [14]

Fig. 9. Distribution of material effort in cross-section through concrete and polymer in surrounding of the notch, at two levels of the beams loading (900 N i 1500 N) [14]

Korzyścią wynikającą z redystrybucji piku koncentracji naprężeń jest przeniesienie przez naprawioną konstrukcję większego obciążenia (rys. 7) niż konstrukcja dziewicza wykonana z materiału kruchego (beton, cegła). Taki rodzaj pracy złącza naprawczego jest zgodny z I podejściem Metody Złączy Podatnych, w którym zakłada się, że polimer posiada większą wytrzymałość na rozciąganie od klejonych elementów, a dzięki swojej podatności redukuje piki koncentracji naprężeń, prowadząc do zwiększenia nośności konstrukcji [2].

W przypadku złącza PM stosowane jest II podejście Metody Złączy Podatnych, w którym zakłada się [2], że polimer posiada mniejszą wytrzymałość od klejonych elementów (rys. 7). Dzięki temu w stanie granicznym nośności nie spowoduje uszkodzenia w konstrukcji dziewiczej, lecz zniszczenie wystąpi w polimerze o charakterze kohezyjnym (rys. 5d) lub na styku polimeru i materiału naprawianego o charakterze adhezyjnym (istotne szczególnie w naprawie obiektów zabytkowych). Podatność polimeru PM także powoduje redukcję pików koncentracji naprężeń i włączenie do współpracy większej powierzchni połączenia.

4. Model materiału hipersprężystego zastosowany do opisu złączy podatnych

Powszechnie dąży się do stworzenia modelu o jak najprostszej formie, oddającego poprawnie związki konstytutywne rządzące badanym materiałem i niewymagającego zastosowania skomplikowanych operacji analitycznych do jego wyznaczenia. Coraz częściej stosowane są modele nieliniowe, jak to ma miejsce w opisie materiałów hipersprężystych. W klasie takich materiałów mieszczą się także polimery, wykorzystywane do budowy polimerowych złączy podatnych.

Powszechnie znane prawo Hooke'a, w postaci przedstawionej równaniem (2), jest izotropową i hipersprężystą relacją dla nieskończenie małych deformacji (opisującą poprawnie dane eksperymentalne wielu materiałów inżynierskich), opisanych dwoma stałymi Lamé'go Λ i G, które mogą być wyrażone przez moduł Young'a E i liczbę Poisson'a ν (3). Stała G

jest wartością modułu odkształcenia postaciowego. Gdy jednak deformacja wykracza poza zakres nieskończenie małych deformacji (jak ma to miejsce w przypadku polimerów), trudno jest wyznaczyć postać funkcji energii odkształcenia dla rzeczywistego materiału przez dopasowanie danych eksperymentalnych [16]. Posługiwanie się stałymi Lamé'go Λ i G jest wygodne, stąd opracowana została teoria potrafiąca odpowiednio aproksymować zachowanie sprężyste rzeczywistych materiałów inżynierskich w dogodnym zakresie dużych deformacji. Zastępuje ona w równaniu (2) tensor naprężenia Cauchy'ego $\boldsymbol{\sigma}$ i tensor odkształcenia nominalnego (inżynierskiego) $\boldsymbol{\varepsilon}$ tensorem naprężenia w ogólnej postaci $\mathbf{T}^{(m)}$ i tensorem odkształcenia w ogólnej postaci $\mathbf{E}^{(m)}$, tworząc równanie (4), gdzie m jest liczbą całkowitą, $tr(\mathbf{E}^{(m)})$ jest śladem tensora $\mathbf{E}^{(m)}$, a $\mathbf{I}$ jest macierzą jednostkową.

Relacja (4) jest hipersprężysta jedynie wtedy, gdy pary naprężenie–odkształcenie [$\mathbf{T}^{(m)}$, $\mathbf{E}^{(m)}$] są energetycznie sprzężone i spełniają warunki opisane w pracy [16]. Do opisu zachowania polimeru można posłużyć się różnymi miarami deformacji Seth-Hill'a w konfiguracji początkowej, wyrażonymi w postaci ogólnej formułą (5), gdzie $\mathbf{U}$ jest prawym tensorem rozciągnięcia. Sprzężone energetycznie pary naprężenie–odkształcenie (6) omówiono szerzej w pracy [17].

$$\boldsymbol{\sigma} = 2G\boldsymbol{\mu} + \Lambda tr(\boldsymbol{\mu})\mathbf{I} \tag{2}$$

$$\Lambda = \frac{\nu E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)} \tag{3}$$

$$\mathbf{T}^{(m)} = 2G\mathbf{E}^{(m)} + \Lambda tr(\mathbf{E}^{(m)})\mathbf{I} \tag{4}$$

$$\mathbf{E}^{(m)} = \frac{1}{m}(\mathbf{U}^{(m)} - 1) \quad \langle \text{dla } m \neq 0 \rangle; \quad \text{gdzie } \mathbf{E}^{(0)} = \ln \mathbf{U} \quad \langle \text{dla } m = 0 \rangle; \tag{5}$$

$$\left[\mathbf{T}^{(2)}, \mathbf{E}^{(2)}\right] \qquad \left[\mathbf{T}^{(1)}, \mathbf{E}^{(1)}\right] \qquad \left[\mathbf{T}^{(0)}, \mathbf{E}^{(0)}\right] \tag{6}$$

Dopasowanie odpowiedniej miary deformacji do wyników badań eksperymentalnych materiału jest aspektem kluczowym w opisie konstytutywnym. Nie wszystkie sprzężone energetycznie pary naprężenie–odkształcenie prowadzą do prostego opisu badanego polimeru. Zagadnienie to w odniesieniu do polimeru PM zostało zbadane w próbie jednoosiowego rozciągania polimeru (wg normy PN-EN ISO 527:1998) na maszynie wytrzymałościowej Zwick 1455 – 20 kN wyposażonej w ekstensometr długodrogowy. Polimer rozciągany był ze stałą prędkością przemieszczenia 50 mm/min. Z badań uzyskano nieliniową zależność σ_N-ε_N. Naprężenia nominalne σ_N i odkształcenia inżynierskie ε_N definiowane są następująco: $\sigma_N = P/A_0$ (gdzie P – siła obciążająca, A_0 – powierzchnia przekroju w konfiguracji początkowej) i $\varepsilon_N = \varepsilon = \Delta L/L_0$ (gdzie ΔL – wydłużenie, L = 50 mm – początkowa długość). W opisie hipersprężystym polimerów wygodnie jest się posługiwać rozciągnięciem λ definiowanym równaniem (7).

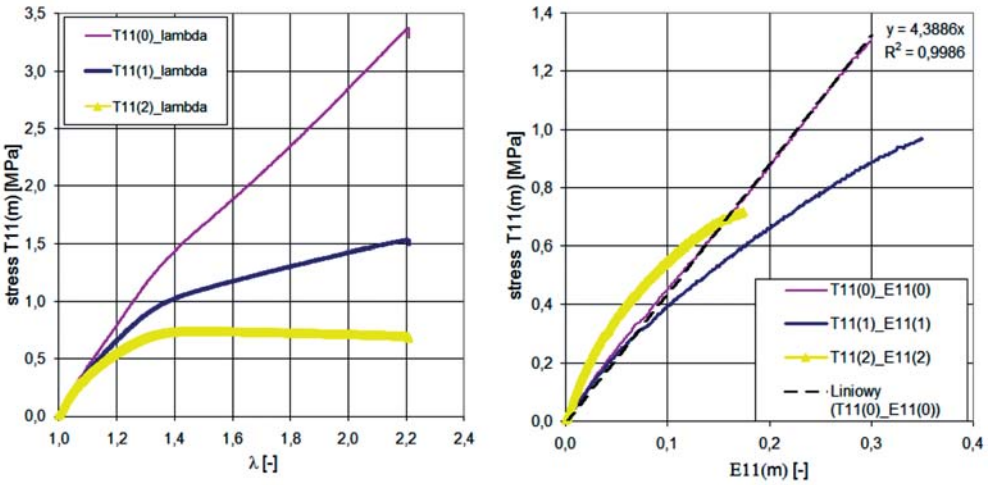
$$\lambda_1 = \frac{L + \Delta L}{L} = 1 + \varepsilon \tag{7}$$

$$
\begin{aligned}
E_{11}^{(2)} &= \frac{\lambda_1^2 - 1}{2} \quad \langle \text{dla m} = 2 \rangle; \\
E_{11}^{(1)} &= \lambda_1 - 1 \quad \langle \text{dla m} = 1 \rangle; \\
E_{11}^{(0)} &= \ln \lambda_1 \quad \langle \text{dla m} = 0 \rangle;
\end{aligned}
\tag{8}
$$

$$
\begin{aligned}
T_{11}^{(0)} &= \lambda_1^2 T_{11}^{(2)} = \lambda_1 T_{11}^{(1)} = \lambda_1^{2\nu} \frac{P}{A_0} \\
T_{11}^{(1)} &= \frac{\lambda_1^{2\nu}}{\lambda_1} \frac{P}{A_0} \\
T_{11}^{(2)} &= \frac{\lambda_1^{2\nu}}{\lambda_1^2} \frac{P}{A_0}
\end{aligned}
\tag{9}
$$

Sprzężone energetycznie pary naprężenie-odkształcenie dla testu jednoosiowego rozciągania zostały wyprowadzone w pracy [17], a ich elementy: odkształcenie i naprężenie w funkcji rozciągnięcia głównego λ_1 przedstawiono odpowiednio równaniami (8) i (9). Miary odkształcenia wyrażone równaniem (8) są reprezentowane przez odkształcenie Green'a-Lagrange'a $E_{11}^{(2)}$, odkształcenie nominalne Cauchy'ego (Biota) $E_{11}^{(1)}$ i odkształcenie Hencky'ego $E_{11}^{(0)}$. Składowe tensorów naprężenia wyrażone równaniem (9), sprzężone z nimi energetycznie dla jednoosiowego rozciągania, są reprezentowane przez naprężenie Piola-Kirchoff'a II rodzaju $T_{11}^{(2)}$, naprężenie Biota $T_{11}^{(1)}$ i naprężenie Hencky'ego $T_{11}^{(0)}$. Badany polimer PM przyjmuje się jako praktycznie nieściśliwy, stąd do wzorów (9) dla tego polimeru podstawiono wartość $\nu = 0{,}495$. Naprężenia te są powiązane z naprężeniem nominalnym. Dla porównania, wykresy wartości naprężeń (9) w funkcji rozciągnięcia λ_1, obliczone dla polimeru PM, przedstawiono na rys. 10. Widać na nim, że wszystkie trzy porównywane naprężenia przyjmują zbliżone wartości dla małych deformacji $\lambda_1 < 1{,}05$), natomiast różnią się w sposób istotny przy większych deformacjach.

W celu porównania, która sprzężona energetycznie para naprężenie–odkształcenie odpowiada liniowej zależności dla polimeru PM, przeprowadzono obliczenia naprężeń i odkształceń w oparciu o wzory (8) i (9), a następnie wykreślono otrzymane zależności funkcyjne $T_{11}^{(m)}$–$E_{11}^{(m)}$ na wykresie (rys. 10). Można zauważyć, że jedynie para $T_{11}^{(0)}$–$E_{11}^{(0)}$, odpowiadająca logarytmicznej mierze Hencky'ego (10), daje liniowy opis zależności naprężenie-odkształcenie pozwalający aproksymować zachowanie sprężyste polimeru PM w zakresie dużych deformacji, który odpowiada pracy złącza podatnego. Zakres ten wyrażony rozciągnięciem zawiera się w granicach $\lambda = 0{,}65$–$1{,}35$. Pozostałe pary $T_{11}^{(m)}$–$E_{11}^{(m)}$ nie odpowiadają liniowemu modelowi konstytutywnemu zachowania polimeru.



Rys. 10. Funkcje T_{11} (λ) różnych tensorów naprężenia dla jednoosiowego rozciągania polimeru PM (po lewej) oraz charakterystyki funkcyjne par sprzężonych energetycznie $T_{11}^{(m)}$–$E_{11}^{(m)}$ (po prawej)

Fig. 10. Function T_{11} (λ) of various stress tensors for uniaxial tension of polimer PM (on the left hand side) and function characteristics of the work conjugate pars $T_{11}^{(m)}$–$E_{11}^{(m)}$ (on the right hand side)

Zastosowanie miary deformacji Hencky'ego pozwala na posługiwanie się początkowym modułem Young'a polimeru $E = E_0$, jako stałą, charakterystyczną dla danego modelu polimeru. Parametr ten może być łatwo określony w teście jednoosiowego rozciągania. Wyznaczony dla polimeru PM moduł $E = 4{,}39$ MPa (przy użyciu funkcji regresji liniowej – rys. 10) pozwala na obliczenie naprężenia nominalnego na podstawie wzoru (11). Korzystając z zależności (12) oraz związku (13) pomiędzy tensorem Pioli-Kirchoffa II rodzaju $\mathbf{T}^{(2)}$ i tensorem naprężeń Cauchy'ego $\boldsymbol{\sigma}$ [17] (gdzie $\mathbf{F}$ jest gradientem deformacji, $J = 1$ dla materiału nieściśliwego) otrzymujemy po przekształceniach wzór (14), wyrażający naprężenie rzeczywiste w polimerze podczas jednoosiowego rozciągania i jest identyczny z postacią (10).

$$T_{11}^{(0)} = E \cdot E_{11}^{(0)} = E \ln(\lambda_1) \tag{10}$$

$$\sigma_N = \frac{P}{A_0} = E \frac{\ln(\lambda_1)}{\lambda_1^{2\nu}} \tag{11}$$

$$\frac{P}{A_0} = \frac{T_{11}^{(0)}}{\lambda_1^{2\nu}} = \frac{\lambda_1 T_{11}^{(1)}}{\lambda_1^{2\nu}} = \frac{\lambda_1^2 T_{11}^{(2)}}{\lambda_1^{2\nu}} \tag{12}$$

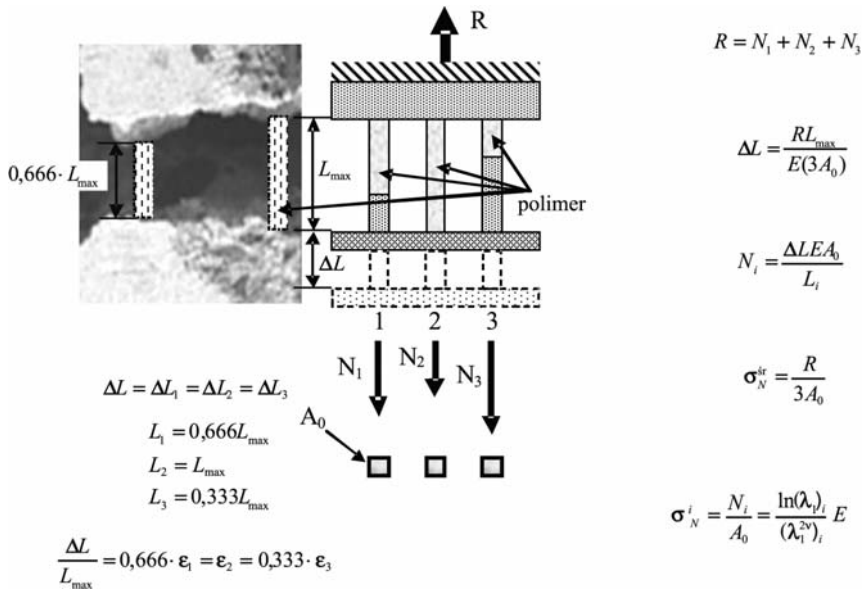
$$\boldsymbol{\sigma} = J^{-1}\mathbf{F}\mathbf{T}^{(2)}\mathbf{F}^T \tag{13}$$

$$\sigma_{11} = \frac{P}{A_0}\lambda_1^{2\nu} = E \ln\left(\lambda_1\right) \tag{14}$$

5. Nieliniowa charakterystyka polimeru źródłem redystrybucji naprężeń

W pękniętych konstrukcjach murowych i betonowych, naprawianych polimerowym złączem podatnym, stosuje się iniekcję dwuskładnikową masą polimerową wypełniającą przestrzenie w pęknięciu. Po usieciowaniu polimeru złącze podatne włącza się do współpracy z rozdzielonymi pęknięciem elementami konstrukcyjnymi, gdy dochodzi do wzajemnego przemieszczenia tych elementów, wywołującego odkształcenie polimeru. Grubość warstwy polimerowej wypełniającej pęknięcie jest zwykle zmienna [10, 18], co przy równomiernym wzajemnym przemieszczeniu krawędzi sklejonego pęknięcia wywoduje różne wielkości odkształcenia polimeru. Nieliniowa charakterystyka polimeru pracującego w złączu podatnym, powoduje redystrybucję naprężeń w polimerze.

Wspomniane zjawisko zostało przedstawione na przykładzie pracy złącza podatnego, utworzonego pomiędzy dwoma elementami betonowymi rozdzielonymi pęknięciem. Na potrzeby przykładu posłużono się uproszczonym modelem prętowym o elementach rozciąganych osiowo, który schematycznie pokazano na rys. 11. Założono w nim, że warstwa polimeru o zmiennej grubości podzielona jest na szereg równoległych elementów prętowych wykonanych z polimeru, łączących dwie powierzchnie betonowe ze sobą. Pręty te nie są ze sobą połączone żadnymi więzami i pracują w stanie jednoosiowego rozciągania. W schemacie pokazanym na rys. 11 zamodelowano trzy pręty polimerowe o różnych długościach, z których najdłuższy odpowiada największej grubości złącza. Zakłada się, że pręty polimerowe są połączone ze sztywną podstawą, która przesuwa się o wielkość ΔL.



Rys. 11. Schemat rozciąganego złącza polimerowego utworzonego w pęknięciu pomiędzy elementami betonowymi wraz z zależnościami fizycznymi przedstawionymi wzorami

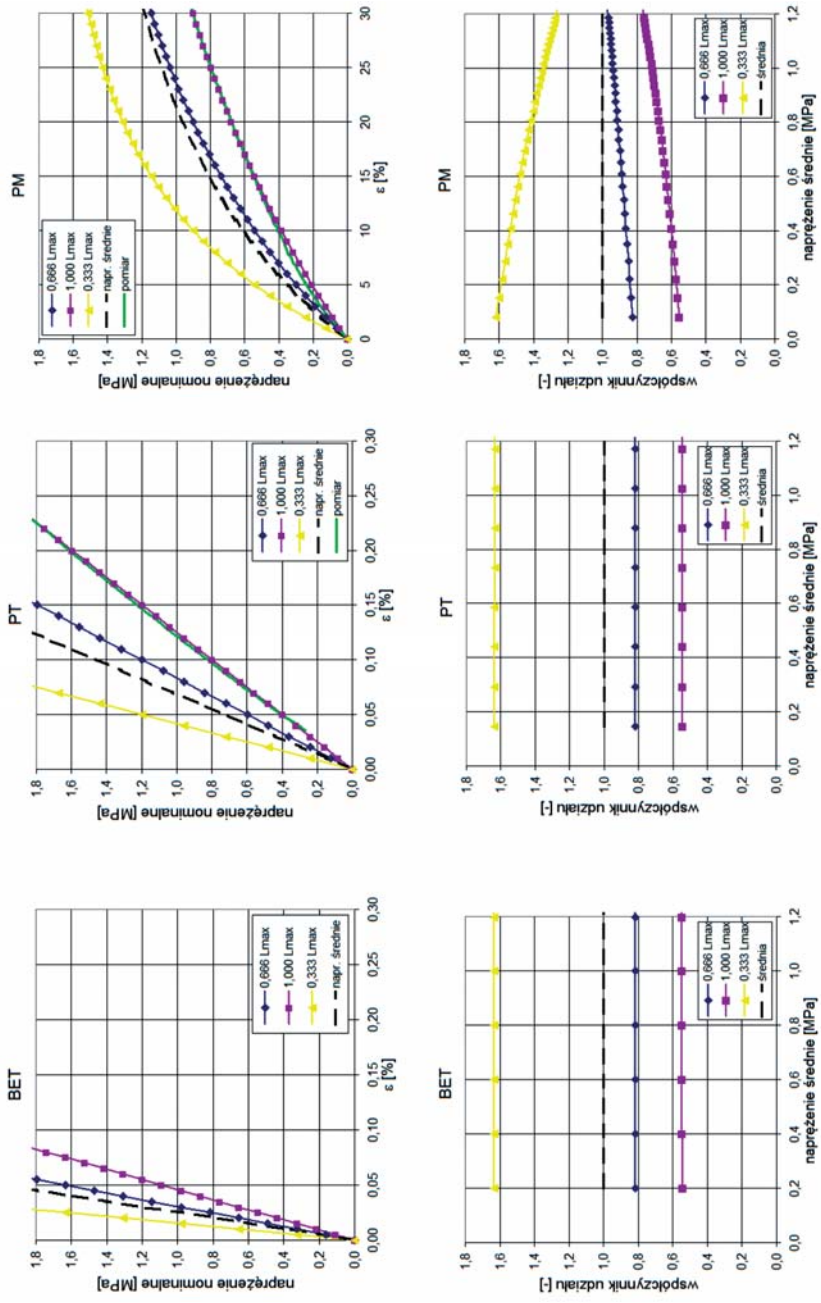
Fig. 11. Scheme of the tensioning polymer joint constructed between concrete elements in a crack with the physical relations presented by equations

Powstałe pod jego wpływem odkształcenia inżynierskie ε_i prętów polimerowych o różnych długościach L_i (polimeru o znanym module Young'a E) generują powstanie różnych wielkości naprężenia nominalnego σ^i_N w poszczególnych prętach. Naprężenie średnie działające na rozważany wycinek konstrukcji ze złączem polimerowym można wyliczyć z reakcji R, równej sumie sił N_i działających w każdym pręcie. W modelu tym, naprężenie nominalne w polimerze związane jest z odkształceniem inżynierskim równaniami (7) i (11).

Do porównań przyjęto dwa polimery: PT o module Young'a E = 800 MPa i PM o module Young'a E = 4,45 MPa. Ich charakterystyki otrzymane z jednoosiowego rozciągania (w wybranym zakresie odkształceń inżynierskich) przedstawiono na rys. 12b i 12c jako „pomiar". Dopasowanie modelu pręta polimerowego o długości L_{max} do danych pomiarowych, opisanego związkiem (11), jest bardzo dobre dla obu polimerów w wybranym zakresie odkształceń, co potwierdzają krzywe naprężenia dla „1,000 L_{max}" na rys. 12b i 12c. Na rysunkach tych zamieszczono także krzywe naprężeń dla „0,666 L_{max}" i „0,333 L_{max}" oraz wyliczone na ich podstawie wartości średnie naprężenia (odpowiadające wielkości $\sigma^{śr}_N$ – rys. 11), zaprezentowane na wykresach liniami przerywanymi (rys. 12b i 12c). Ponadto, przyjęto do analizy porównawczej model pręta wykonanego z betonu keramzytowego, o parametrach przedstawionych w rozdziale 3. Parametry te podstawione do wzoru (11) pozwoliły na wyznaczenie krzywych naprężenia dla trzech długości prętów (rys. 11) i odpowiadające im wartości średnie (linia przerywana na rys. 12a).

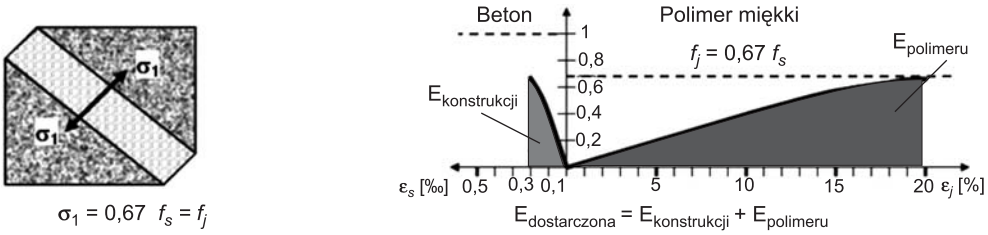
Dodatkowe przyjecie do analizy modelu betonu obrazuje zachowanie złącza w przypadku dokonania naprawy pęknięcia przez iniekcję cementową lub uwidacznia stan naprężenia w naprawionym elemencie betonowym.

Złącze podatne tworzy połączenie równoległe, w którym naprężenie nominalne (średnie) występujące w polimerze i w sklejanej konstrukcji jest takie samo, natomiast różne są odkształcenia, wynikające z charakterystyki pracy połączonych materiałów [19] (rys. 13). Zależność ta została wykorzystana do analizy modelu pokazanego na rys. 11, dla którego przyjęto, że trzy pręty o różnej długości wykonane są z betonu (BET), polimeru PT oraz polimeru PM. Założono, że złącze polimerowe (wykonane z polimeru PM) odkształciło się o $\varepsilon = \varepsilon_2 = 13\%$ (odkształcenie inżynierskie), generując w polimerze naprężenie nominalne (średnie) wynoszące $\sigma^{śr}_N = 0{,}73$ MPa (linia kropkowana na rys. 12c), obliczone zgodnie ze wzorem (11). Ta sama wartość naprężenia średniego występuje w betonie (iniekcji cementowej wypełniającej pęknięcie) oraz w polimerze PT (gdy zastosowano go w skleinie) – przeniesienie wartości naprężenia na rys. 12a i 12b, którym odpowiada odkształcenie betonu $\varepsilon = 0{,}019\%$ i polimeru PT $\varepsilon = 0{,}05\%$.



Rys. 12. Wykresy naprężeń dla betonu i polimerów na podstawie wzoru (11) – (a), (b) i (c) oraz współczynniki udziału z wzoru (15) – (d), (e) i (f)

Fig. 12. Stress diagrams of concrete and polymers calculated from equation (11) – (a), (b) i (c) and share factors from equation (15) – (d), (e) i (f)



Rys. 13. Schemat poglądowy równoległej pracy polimeru i betonu w złączu podatnym [19]

Fig. 13. Pictorial scheme of the parallel work of polymer and concrete in the flexible joint [19]

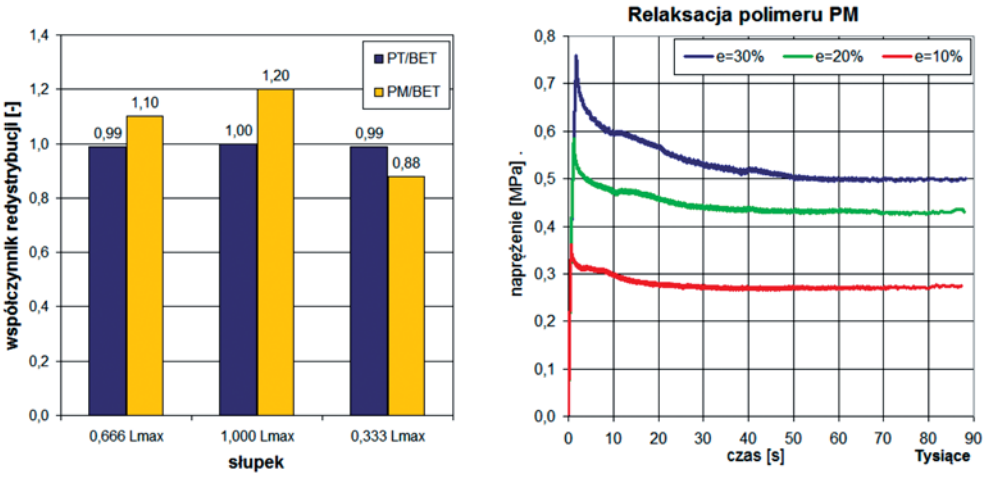
$$\chi = \frac{\sigma_N^i}{\sigma_N^{śr}} \tag{15}$$

$$\psi = \frac{\sigma^i_{(PT \vee PM)}}{\sigma^i_{BET}} \tag{16}$$

Krzywe naprężenie–odkształcenie (rys. 12a, 12b i 12c) dla różnych długości prętów (1, 2 i 3 – rys. 11) pokazują, że przy tym samym naprężeniu średnim występują koncentracje naprężeń o różnej intensywności (największe dla pręta najsilniej odkształconego), szczególnie wysokie przy liniowej charakterystyce materiału (BET, PT). Ich wpływ na wielkość wartości średniej naprężenia można wyrazić współczynnikiem udziału (15), wyrażającym stosunek wartości szczytowej piku naprężenia do wartości średniej. Jego wartość dla słupków wykonanych z betonu i polimeru PT w analizowanym przypadku jest praktycznie stała w rozważanym zakresie naprężenia średniego (rys. 12d i 12e) i jest charakterystyczna dla materiałów o stosunkowo wysokim module Young'a. Zastosowanie w złączu podatnym polimeru PM o charakterystyce nieliniowej prowadzi do redystrybucji naprężeń i zmiany współczynnika udziału ze wzrostem naprężenia średniego (rys. 12f). Proces ten, charakterystyczny dla materiałów o stosunkowo niskim module Young'a, powoduje wyrównywanie dysproporcji w wartościach pików naprężenia, zmierzając do wartości średniej naprężenia i uzyskania jednakowego naprężenia we wszystkich słupkach analizowanego przykładu. Jest to szczególnie korzystne zjawisko w przypadku klejenia materiałów kruchych, gdyż zastosowany w złączu polimer podatny opóźnia powstawanie mikropęknięć w łączonych elementach, podnosząc jego globalną nośność (rys. 3).

W analizowanym przykładzie, można policzyć także współczynnik redystrybucji naprężeń (16) w złączu podatnym, który wyraża stosunek naprężenia w analizowanym słupku polimerowym (PT lub PM) do naprężenia w słupku betonowym (BET) o tej samej długości, przy zadanym naprężeniu średnim. Przedstawione na rys. 14 wartości tego współczynnika informują, że zastosowanie w złączu polimeru PT prawie nie zmienia pików koncentracji naprężenia przy $\sigma^{śr}_N$ = 0,73 MPa, natomiast użycie polimeru PM zmienia ich wartości w zakresie 10–20%. Przykładowo dla polimeru PM, redukcja pików naprężenia przekraczających wartość średnią naprężenia $\sigma^{śr}_N$ = 0,73 MPa i ich redystrybucja na elementy o naprężeniu niższym od średniej jest następująca: naprężenie w najkrótszym pręcie „0,333 L_{max}" redukuje się o 12% kosztem zwiększenia naprężeń w pręcie „0,666 L_{max}" o 10% i w pręcie „1.000 L_{max}" o 20% (rys. 14 po lewej).

Dodatkowym czynnikiem prowadzącym do redukcji pików koncentracji naprężeń w czasie jest zjawisko relaksacji w polimerze. Skala tego zjawiska jest zależna od poziomu początkowych odkształceń w polimerze (im większe odkształcenie początkowe, tym większy stopień redukcji naprężenia) – rys. 14 po prawej. Stopień redukcji wynosi tu 22%, 27% i 35% dla odkształcenia początkowego 10%, 20% i 30%, odpowiednio.



Rys. 14. Współczynnik redystrybucji naprężeń dla analizowanego przykładu (po lewej) oraz redukcja naprężeń w polimerze PM w wyniku zjawiska relaksacji (po prawej)

Fig. 14. Stress redistribution ratio for the analyzed example (on the left hand side) and stress reduction in polymer PM caused by the relaxation phenomenon (on the right hand side)

6. Wnioski

Oddziaływanie pików koncentracji naprężeń na strukturę materiałów kruchych (takich jak beton czy cegła) jest powodem powstawania mikropęknięć, które powodują obniżenie wytrzymałości konstrukcji. Gdy pęknięcie rozdzieli element konstrukcyjny, to najczęściej stosuje się naprawę pęknięcia przy użyciu materiałów o dużej sztywności (zaprawy epoksydowe lub cementowe). Materiały te przenoszą piki koncentracji naprężeń (o dużej intensywności względnej w stosunku do wartości średniej naprężenia) na materiał konstrukcyjny bez żadnej redukcji, co powoduje obniżenie jego wytrzymałości (traktowanej jako graniczne naprężenie średnie, jakie materiał jest zdolny przenieść).

Zastosowanie polimerowego złącza podatnego, jako elementu spajającego pękniętą konstrukcję, prowadzi do redukcji pików koncentracji naprężeń, a tym samym do podniesienia nośności sklejonej konstrukcji w stosunku do elementu pierwotnego. Zostało to wykazane w liniowej analizie numerycznej zginanej belki betonowej przebadanej eksperymentalnie, połączonej w miejscu pęknięcia dwoma rodzajami złącza podatnego. W niniejszej pracy został także przedstawiony uproszczony model prętowy złącza o zmiennej grubości, którego analizę przeprowadzono dla betonu oraz polimeru PT i PM. Wykorzystane zostały liniowe

związki konstytutywne hipersprężystego modelu Hencky'ego, którego dopasowanie zostało dokonane na podstawie wyników badań eksperymentalnych. Wykorzystując przyjęty model oraz opis równoległego połączenia betonu i złącza polimerowego, przedstawiono funkcje naprężeń w poszczególnych prętach modelu, zależne od wielkości odkształcenia złącza. Wyznaczone współczynniki udziału naprężeń oraz redystrybucji pozwoliły na pokazanie redukcji koncentracji naprężeń i ich redystrybucję w złączu polimerowym, spowodowaną nieliniową charakterystyką polimeru. Dodatkowym czynnikiem zwiększającym redukcje koncentracji naprężeń i ich redystrybucję przez polimer jest zjawisko relaksacji oraz powodowany obciążeniem cyklicznym [20] efekt Mullin'a [20]. Zastosowanie połączeń podatnych w naprawie elementów kruchych jest w wielu przypadkach korzystniejsze niż stosowanie połączeń sztywnych.

Niniejsza praca finansowana jest w ramach Projektu Badawczego Nr N N506 071438.

Literatura

[1] Kwiecień A., *Uszkodzenia betonowych nawierzchni lotniskowych*, Konferencja Naukowo-Techniczna, Awarie Budowlane'09, Politechnika Szczecińska, Szczecin –Międzyzdroje 2009.

[2] Kwiecień A., Gruszczyński M., Zając B., *Tests of flexible polymer joints repairing of concrete pavements and of polymer modified concretes influenced by high deformations*, Trans Tech Publications 2011, Key Engineering Materials, Vol. 466, 2011, 225-239.

[3] Buyukozturk O., Gunes O., Karaca E., *Progress on understanding debonding problems in reinforced concrete and steel members strengthened using FRP composites*, Construction and Building Materials 18, 2004, 9-19.

[4] Kwiecień A., *Mocowanie kompozytu CFRP do konstrukcji przy użyciu polimerowego złącza podatnego*, Zeszyty Naukowe Politechniki Łódzkiej, Budownictwo, Nr 55, 993, 2006.

[5] Nemes O. et al., *Contribution to the study of cylindrical adhesive joining*, Int. Journal of Adhesion & Adhesives 26, 2006, 474-480.

[6] Accardi M., La Mendola L., *Stress transfer at the interface of bonded joints between FRP and calcarenite natural stone*, 4th International Seminar on Structural Analysis of Historical Constructions. Padwa 2004.

[7] Dantu P.I., *Étude des contraintes dans les milieux hétérogènes application au béton*, Laboratoire Central des Ponts et Chaussées. Publication No. 57-6, Paris1957.

[8] Derkowski W., Kwiecień A., Zając B., *Comparison of CFRP strengthening efficiency of bent RC elements using stiff and flexible adhesives*, 3rd fib International Congress – 2010, Washington 2010.

[9] Kwiecień A., *Możliwości zastosowania polimerowego złącza podatnego w zabezpieczaniu infrastruktury drogowej i otoczenia szlaków komunikacyjnych*, Zeszyty naukowo-techniczne SITK, Materiały konferencyjne nr 87, Zeszyt 143, Kraków 2009.

[10] Kwiecień A., Zając B., *Praca polimerowego złącza podatnego na przykładzie polowych badań niszczących budynek*, Czasopismo Techniczne 2-B/2009, Wydawnictwo PK, Kraków 2009.
[11] Kwiecień A., *Polymer flexible joints – an innovative repair system protecting cracked masonries against stress concentrations*, Proceedings of Protection of Historical Buildings, PROHITECH 09, V.2, 2009, 1033-1038.
[12] Derkowski W., Kwiecień A., Zając B., *Badanie zniszczonej belki żelbetowej naprawionej w trybie awaryjnym taśmami CFRP na sztywnej i podatnej warstwie adhezyjnej*, Awarie Budowlane 2011, Szczecin–Międzyzdroje 2011.
[13] Pijaudier-Cabot G., Mazars J., *Damage models for concrete. Lemaitre Handbook of Materials Behavior Models*, Academic Press 2001.
[14] Komardin A., *Analysis of the coupling between creep and damage of concrete structures*. Master thesis, Université Joseph Fourier Grenoble/Politechnika Krakowska 2010.
[15] Omar M., *Deformations defferees du beton: etude experimentale et modelisation numerique de l'interaction fluage – endommagement*, PhD thesis, L'Ecole Centrale de Nanates et l'Universite de Nantes, 2004.
[16] Xiao H., Chen L.S., *Hencky's elasticity model and linear stress-strain relations in isotropic finite hyperelasticity*, Acta Mechanica 157, 2002, 51-60.
[17] Farahani K., Bahai H., *Hyper-elastic constitutive equations of conjugate stresses and strain tensors for the Seth-Hill strain measures*, International Journal of Engineering Science 42, 2004, 29-41.
[18] Kwiecień A., *Polymer flexible joints – innovative method of repair and conservation of heritage objects*, Wiadomości Konserwatorskie 26/2009.
[19] Kwiecień A., *Koncepcja zastosowania podatnego złącza polimerowego w mostach*, Inżynieria i Budownictwo 5/2009.
[20] Falborski T., Jankowski R., Kwiecień A., *Statyczne i dynamiczne badania własności masy polimerowej*, IX Konferencja „Nowe kierunki rozwoju mechaniki", Hucisko 2011.
[21] Nowak Z., *Constitutive modeling and parameter identification for rubber-like materials*, Engineering Transactions, vol. 55, No. 4, 2007.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

AGNIESZKA LEŚNIAK*

PRZYCZYNY OPÓŹNIEŃ BUDOWY W OPINIACH WYKONAWCÓW

CAUSES OF CONSTRUCTION DELAYS FROM THE VIEWPOINT OF CONTRACTORS

Streszczenie

Pomimo wielu narzędzi wspomagających zarządzanie procesem budowlanym opóźnienie czasu realizacji budowy jest zjawiskiem często spotykanym. W artykule przedstawiono wyniki badań, podjętych w celu identyfikacji i hierarchizacji przyczyn powstawania opóźnień w realizacji robót budowlanych. Ich poznanie może ułatwić podejmowanie działań osłonowych zmniejszających ryzyko wystąpienia opóźnień.

Słowa kluczowe: opóźnienia, roboty budowlane

Abstract

Despite of many tools supporting construction management delays are often found effects in construction projects. The papers presents the findings of a survey aimed at identifying the most important causes of delays in construction works from the viewpoint of contractors. The knowledge can be helpful for minimizing delays occurring risk.

Keywords: delays, construction works

* Dr inż. Agnieszka Leśniak, Zakład Technologii i Organizacji Budownictwa, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Terminowa realizacja robót budowlanych (w zaplanowanym czasie) ma istotne znaczenie zarówno dla inwestora, jak i wykonawcy budowlanego. Tymczasem inwestycje budowlane, nawet wzorowo zaplanowane i zorganizowane, niosą ze sobą ryzyko wystąpienia nieprzewidzianych zdarzeń i problemów, które w efekcie mogą stać się przyczyną nieterminowego ukończenia robót (wystąpienia opóźnień). Jak pokazują badania przeprowadzone w rozwiniętych oraz rozwijających się krajach, opóźnienia w robotach budowlanych są powszechnym oraz najczęściej powtarzającym się problemem przy realizacji przedsięwzięć budowlanych [34]. Opóźnienie dla inwestora może oznaczać brak możliwości uzyskiwania w zaplanowanym czasie korzyści z inwestycji, a w szczególnej sytuacji doprowadzić do zmiany opłacalnego przedsięwzięcia w inwestycję nieopłacalną. Dla wykonawcy oznaczać może to wyższe niż zaplanował koszty realizacji robót. W skrajnych przypadkach może prowadzić do sytuacji, w której zamiast planowanego zysku poniesie on straty. Przedłużająca się budowa może także uniemożliwić wykonawcy przystąpienie do kolejnego przetargu i pozyskiwania kolejnych zleceń, a ponadto negatywnie wpłynąć na jego wizerunek na rynku usług budowlanych – na postrzeganie wiarygodności i solidności wykonawcy.

Celem artykułu jest zaprezentowanie wyników badań przeprowadzonych w województwie małopolskim dotyczących opóźnień w przedsięwzięciach budowlanych. Jednym z zamierzeń podjętych badań jest próba identyfikacji i hierarchizacji czynników, które w opiniach wykonawców budowlanych powodują opóźnienia w realizacji robót.

2. Opóźnienia w robotach budowlanych

Opóźnienie w robotach budowlanych może być zdefiniowane jako przekroczenie ustalonej w umowie daty ich wykonania. Kodeks cywilny [15] rozróżnia dwa rodzaje opóźnień. Pierwsze to opóźnienie zwykłe, a drugie to opóźnienie kwalifikowane, czyli tzw. zwłoka. Zwłoka to stan kwalifikowanego opóźnienia w wykonaniu zobowiązania, występujący najczęściej po stronie dłużnika i spowodowany okolicznościami, które obciążają dłużnika [27]. Opóźnienie zwykłe jest wynikiem niedopełnienia świadczenia przez dłużnika w określonym terminie. To natomiast, zgodnie z KC art. 476, jest następstwem okoliczności, za które dłużnik odpowiedzialności nie ponosi. Spotykane w trakcie realizacji robót budowlanych opóźnienia to zarówno opóźnienia zwykłe, jak i zwłoki. Należy jednak zauważyć, że stroną odpowiedzialną za opóźnienia kwalifikowane (zwłoki) w przypadku robót budowlanych może być także inwestor. Poniesienie odpowiedzialności za powstałe opóźnienia w robotach budowlanych istotnie zależy od zapisów zawartych w umowach pomiędzy wykonawcą a inwestorem. W zależności od nich ryzyko związane z realizacją robót może być w różny sposób rozłożone pomiędzy strony. Kto poniesie ryzyko związane z wystąpieniem takich zdarzeń jak np. zmiany w projekcie, zwiększenie ilości robót, pojawienie się robót dodatkowych, wystąpienie nieprzewidywalnych warunków fizycznych czy pogodowych – powinna jasno określić umowa. Dobrze przygotowana rozsądnie utrzyma równowagę między wymaganiami i interesami stron oraz sprawiedliwie podzieli ryzyko, zagrożenia i odpowiedzialność związane z realizacją robót.

Ze względu na przyczynę powstania opóźnień można je podzielić na dwie grupy: uzasadnione bądź nieuzasadnione, a jako stronę odpowiedzialną (ponosząca konsekwencje) wskazać inwestora lub wykonawcę.

Opóźnienia uzasadnione najczęściej występują z winy inwestora i podlegają rekompensacie. Podczas realizacji robót budowlanych często dochodzi do ingerowania i modyfikacji dokumentacji projektowej. Jest to wynikiem, zmian wprowadzanych podczas realizacji robót lub błędów popełnionych jeszcze na etapie projektowania. Zmiany dotyczyć mogą zarówno konstrukcji jak i rozwiązań materiałowych. Wydłużanie czasu potrzebnego na sporządzenie nadzorów autorskich, dostarczenie zamiennych rozwiązań materiałowych może spowodować opóźnienia w realizacji robót. Ingerencje inwestora w kompetencje wykonawcy, modyfikacje wcześniejszych ustaleń a także długi proces podejmowania decyzji to kolejne przyczyny prowadzące do możliwych opóźnień. Opóźnianie należnych wypłat dokonywanych przez inwestora może zachwiać zdolność finansową wykonawcy i powodować problemy w dostawach materiałów, zwolnienie tępa postępu robót, a nawet ich wstrzymanie.

Mogą też pojawić się opóźnienia uzasadnione, ale niepodlegające rekompensacie, za których powstanie nie jest odpowiedzialna żadna z wymienionych stron. Wykonawca jest w tym wypadku upoważniony do wydłużenia terminu realizacji, ale nie otrzymuje z tego tytułu wynagrodzenia. Wymienić tu można zjawiska pogodowe, zmiany w regulacjach prawnych i inne przypadki losowe. Pogoda ma bezpośredni wpływ na wykonywane roboty i jako czynnik wysoce nieprzewidywalny może skutecznie zniekształcić zaplanowany harmonogram całej inwestycji. Konsekwencją nieprzewidzianych zmian pogody lub wręcz kataklizmów pogodowych może być konieczność przerwania prowadzonych robót, zniszczenie wykonanych, ale niezabezpieczonych prac, zniszczenie wyposażenia niezbędnego do realizacji robót. Opóźnienia w realizacji inwestycji mogą wystąpić w wyniku nieprzewidzianych zmian w rozporządzeniach i ustawach dotyczących budownictwa. W tej grupie znajdą się także czynniki opóźniające związane z obsługą administracyjno-prawną procesu inwestycyjnego. Do przypadków losowych z pewnością zaliczyć można kradzieże, awarie i problemy techniczne sprzętu wykorzystywanego na budowie, wystąpienie wykopalisk archeologicznych, znalezienie materiałów wybuchowych itp. Niektóre z nich związane są z koniecznością przeprowadzania czasochłonnych procedur i postępowań.

Całkowicie odmienną grupę stanowią opóźnienia nieuzasadnione, za których powstanie odpowiedzialny jest zazwyczaj wykonawca. W tym wypadku nie jest on jednak upoważniony ani do wydłużenia czasu realizacji przedsięwzięcia, ani do otrzymania wynagrodzenia. Czynniki zależne od wykonawcy związane są przede wszystkim z dostępem zasobów, właściwą organizacją, nadzorem i doświadczeniem. Odpowiednia dostępność zasobów: ludzi, materiałów i sprzętu powinna być zapewniona na każdym etapie realizacji przedsięwzięcia. Jakiekolwiek braki, np. ograniczenie rozmiarów brygad roboczych, błędnie zaplanowane terminy dostaw materiałów, brak właściwego sprzętu na budowie, mogą być przyczyną powstawania opóźnień. Istotne znaczenie dla sprawnego przebiegu procesu budowlanego ma sprawność zarządzania zespołu kierowniczego, w tym właściwa kontrola i nadzór nad przebiegiem prac oraz doświadczenie wykonawcy w realizacji danego typu przedsięwzięć, co wiąże się z prawdopodobieństwem popełniania błędów wykonawczych. W tej grupie mieszczą się także działania podwykonawców. Za wszelkie opóźnienia spowodowane przez podwykonawców odpowiedzialny pozostaje zawsze generalny wykonawca. Wstrzymywanie należnych wypłat podwykonawcom może spowodować przerwanie robót przez nich realizo-

wanych, a w konsekwencji skutkować brakiem frontu robót dla samego generalnego wykonawcy lub innych podwykonawców.

Warto wspomnieć, że dla sprawnego przebiegu procesu budowlanego bardzo istotne są relacje miedzy poszczególnymi uczestnikami przedsięwzięcia. Ograniczony lub niewłaściwy przepływ informacji pomiędzy inwestorem, wykonawcą i projektantem, często pojawiające się konflikty, trudne i przedłużające się negocjacje mogą także być przyczyną opóźnień.

3. Identyfikacja czynników powodujących opóźnienia w robotach budowlanych w świetle dotychczasowych badań

Jedne z pierwszych badań na temat przyczyn opóźnień robót budowlanych przeprowadzono w latach 80. XX wieku w Stanach Zjednoczonych [8]. Wyszczególniono wówczas siedemnaście czynników powodujących opóźnienia. Były to m.in.: warunki pogodowe, dostępność siły roboczej, udział podwykonawców, zmiany w projekcie, jakość dokumentacji projektowej, warunki posadowienia, dostępność materiałów, awarie sprzętu, błędy wykonawcze, inspekcje budowlane, kwestie finansowe, uzyskiwanie odpowiednich pozwoleń i inne. W późniejszych latach dodano do tej grupy: kontrolę nad pracownikami, strajki zawodowe, słabą organizację budowy i harmonogramowanie, złe koordynowanie robotnikami, spadek jakości wykonywanej pracy spowodowany brakiem odpowiednio wyszkolonej kadry i niską jakością szkoleń, opóźnienia w dostawach i wysokie koszty finansowania całości przedsięwzięcia.

Kolejne badania prowadzono m.in. w Turcji, Wielkiej Brytanii, Nigerii, Tajlandii (tabela 1).

W wyniku coraz częstszych i szerszych badań identyfikowano nowe czynniki warunkujące opóźnienia. Ostatecznie wyszczególniono ich ponad sto i zaczęto wprowadzać ich grupowanie w celu usystematyzowania całości.

Najprostszy podział zaproponowano w [33]. Opierał się on na rozdzieleniu wszystkich znanych już czynników na trzy główne grupy: czynniki wejścia (praca ludzka, materiał, sprzęt i urządzenia), środowisko wewnętrzne (inwestor, wykonawca, projektant, konsultanci), czynniki nieprzewidywalne (warunki pogodowe, regulacje prawne). Bardziej złożony zaproponowano w pracy [5]. Wyszczególniono siedem grup czynników, odpowiednio powiązanych z: inwestorem, wykonawcą, konsultantem/projektantem, materiałami, pracownikami, kontraktem/umową, relacjami kontrahentów. Najbardziej szczegółowy podział przedstawiono w pracy [34]. Jej autorzy wyróżnili aż dziesięć kategorii czynników, obejmujących: inwestora, projektanta, konsultanta/menedżera projektu, wykonawców, pracowników fizycznych, finanse, kontrakt, komunikację, środowisko i otoczenie oraz pozostałe czynniki. Inne przykłady podziałów można odnaleźć m.in. w pracach [11, 17, 18, 26].

Analizując najnowsze wyniki badań dotyczących czynników powodujących opóźnienia na świecie, warto zauważyć, że na pierwszych miejscach znalazły się: w Arabii Saudyjskiej (rok 2009) [5] – wstrzymywanie prac przez inwestora, brak doświadczenia wykonawcy, powolne podejmowanie decyzji przez inwestora. W Jordanii (rok 2008) [33] – problemy finansowe wykonawcy robót, zmiany w realizowanym już projekcie powstałe na życzenie inwestora, nieefektywne planowanie (błędne opracowanie harmonogramów). W Tajlandii 2008 [34] – brak ujednoliconej formy projektów (w tym oznaczeń), brak doświadczenia wykonawcy, zatrudnianie niewyszkolonych pracowników. W Malezji (rok 2007) [30] – nie-

Tabela 1

Badania dotyczące przyczyn powodujących opóźnienia w robotach budowlanych

Kraj	Rok	Źródło opublikowanych badań
Stany Zjednoczone Ameryki	1971 2002 2003	Baldwin J.R., Manthei J.M., [8] Chang A., S-T., [9] Ahmed S. M., Azhar S., Castillo M., Kappagantula P., [2]
Turcja	1985	Arditi R.D., Akan G.T., Gurdamar S., [7]
Wielka Brytania	1986 1991 2000	Sullivan A., Harris F.C., [32] Kaka A., Price A.D.F., [13] Lim C.S., Mohamed M.Z., [19]
Nigeria	1994 2006	Mansfield N.R., Ugwu O.O., Doran T., [23] Aibinu A.A., Odeyinka A., [3]
Tajlandia	1996 2008	Ogunlana S., Promkuntong K. [25] Toor S., Ogunlana S., [34]
Indonezja	1997 2003	Kaming P.F., Olomolaiye P.O., Holt G.D., Harris F., [14] Alwi S., Hampson K.D., [6]
Liban	1998	Mezher T.M., Tawil W., [24]
Arabia Saudyjska	1999 2009	Al-Khalil M.I., Al-Ghafly M.A., [4] Al-Kharashi A., Skitmore M., [5]
Republika Ghany	2003	Frimpong Y., Oluwoye J., [12]
Hong- Kong	2006	Lo T.Y., Fung I.W.H., Tung K.C.F., [20]
Wietnam	2004	Long N.D., Ogunlana S.O., Lan D.T.X.; [21] Long, N.D., Ogunlana S.O., Quang, T., and Lam, K.C., [22]
Kuwejt	2005	Koushki P.A., Al-Rashid K. and Kartam N., [16]
Korea	2006	Acharya N.K., Lee Y.D., Im H.M., [1]
Zjednoczone Emiraty Arabskie	2006	Faridi A.S., El-Sayegh S.M., [11]
Malezja	2007	Sambasivan M., Soon Y.W., [30]
Jordania	2008	Sweis G., Sweis R., Abu Hammad A., Shboul A., [33]
Polska	2001 2008 2010	Połoński M., [28, 29] Skorupka D., [31] Czarnigowska A., Sobotka A. [10]

Źródło: Opracowanie własne

efektywne planowanie, (w tym opracowanie harmonogramów), niska jakość zarządzania na budowie, niedostateczne doświadczenie wykonawcy. W Hong-Kongu (rok 2006) [20] – brak środków na finansowanie inwestycji, nieprzewidziane warunki gruntowe, wyjątkowo niskie oferty w stosunku do wartości robót. W Zjednoczonych Emiratach Arabskich (rok 2006) [11] – zbyt długi czas przygotowania dokumentacji, niedobór siły roboczej, powolne podejmowanie decyzji przez inwestora.

Powyższe wyniki świadczą o tym, że problem opóźnień jest zjawiskiem powszechnie występującym, a przyczyny, które go powodują, są podobne. Z pośród najczęściej pojawiających się opinii wynika, że nagminnie powierza się realizacje obiektów firmom, które nie posiadają odpowiedniego doświadczenia i kadry zarządzającej.

Kolejną istotną grupą czynników są te, związane z dokumentacją projektową obiektu. Następną problemy z pozyskiwaniem funduszy na dalszą realizację inwestycji i dotyczą zarówno wykonawcy, jak i inwestora. Oczywista jest również zależność, jaka między nimi panuje – jeśli inwestor nie ma pieniędzy, to tym bardziej wykonawca nie otrzyma ich w terminie. Wśród innych najczęściej wymienianych czynników znalazły się: powolne podejmowanie decyzji przez inwestora, nierealny czas trwania przedsięwzięcia.

Problemy opóźnień robót budowlanych były także już poruszane w Polsce [10, 28, 29, 31]. Autorzy [28, 31] wskazywali możliwe przyczyny wystąpienia różnic pomiędzy planowanym a rzeczywistym czasem trwania, takie jak: opóźnienia w przekazaniu placu budowy, zmienne warunki atmosferyczne, problemy kadrowe, awaryjności maszyn i urządzeń budowlanych, zmiany wielkości planowanych dostępności zasobów produkcji, nieterminowość dostaw materiałów, maszyn i urządzeń, złej jakości materiały lub brak odpowiedniej wielkości ich rezerw, błędy w zarządzaniu realizacją robót, zmiany zakresu planowanych robót, konieczność wykonania robót poprawkowych, zmiany planowanych warunków wykonania robót, błędy w przygotowanym wcześniej planie robót, awarie lub katastrofy budowlane, zła dyscyplina pracy itp. W pracy [10] dotyczącej przewidywalności czasu trwania budowy w publicznych inwestycjach drogowych wskazano rzeczywiste przyczyny wystąpienia opóźnień w analizowanych inwestycjach. Były to przede wszystkim: roboty dodatkowe i zmiany w projekcie.

4. Opinie polskich wykonawców budowlanych na temat czynników powodujących opóźnienia robót budowlanych

Celem prowadzonych badań była próba wskazania najważniejszych i najczęstszych przyczyn powstawania opóźnień w robotach budowlanych w opinii wykonawców budowlanych. Badania przeprowadzono w 2010 roku[1]. Do przeprowadzenia badań użyto kwestionariusza, który przekazano osobiście lub rozesłano pocztą elektroniczną do budowlanych firm wykonawczych mających swoje siedziby na terenie województwa małopolskiego. W efekcie uzyskano 31 wypełnionych kwestionariuszy, co stanowiło 29% wszystkich rozesłanych ankiet.

Autorzy badań zaproponowali listę 18 czynników powodujących opóźnienia w robotach budowlanych i zwrócili się do wykonawców o ich ocenę. Ocena ta odbywała się dwustopniowo. Najpierw ankietowani oceniali ważność danego czynnika, a następnie częstość jego występowania. Swoją opinię wyrażali liczbowo, stosując pięciostopniową skalę ważności gdzie:

[1] Badania wykonano w ramach pracy dyplomowej studenta Politechniki Krakowskiej Michała Lubonia, prowadzonej pod kierunkiem autorki artykułu.

1 – oznaczało odpowiednio nieważny (lub nigdy),
2 – małoważny (sporadycznie),
3 – średnio ważny (czasami),
4 – ważny (często),
5 – bardzo ważny (lub bardzo często).

Następnie dla poszczególnych czynników obliczono oceny średnie uzyskując dzięki temu rangę odpowiedzi, co pozwoliło uszeregować zaproponowane czynniki.

W tabeli 2 zestawiono średnie oceny czynników w kolejności zaproponowanej w ankiecie. Natomiast na rysunku 1 zilustrowano wyniki badań prezentując kolejność wg rangi ważności (ze wskazaniem częstości występowania). Ze względu na przejrzystość na wykresie umieszczono 10 pierwszych z 18 zaproponowanych czynników.

Z tabeli 2 i rysunku 1 wynika, że w opinii wykonawców budowlanych najistotniejszym czynnikiem powodującym opóźnienia w robotach budowlanych są błędy w dokumentacji projektowej (średnia ocen 4.10). Następnie powolny proces podejmowania decyzji przez inwestora (4.0) oraz niskiej jakości zarządzanie i nadzór na budowie (3.97). Niejednorodność opracowań, brak oznaczeń oraz rozrysowanych szczegółów, to najczęstsze problemy dokumentacji, z jakimi muszą się na co dzień zmagać wykonawcy robót. Wymusza to konieczność ciągłej konsultacji z projektantem, a tym samym ogranicza tempo wydawania poleceń i prowadzi do wydłużania czasu realizacji przedsięwzięcia. Opieszałość w podejmowaniu decyzji przez inwestora to kolejny ważny powód wywołujący opóźnienia. Wykonawca zawsze konsultuje swoje działania z inwestorem i brak uzyskania szybkiej odpowiedzi prowadzi do ograniczenia tempa robót, a czasem nawet do ich zawieszenia. Najmniej ważnym czynnikiem, który może powodować opóźnienia, jest brak dostępu wykonawcy do nowoczesnych technologii (średnia ocena 2,29 – tabela 2).Warto zauważyć, że spośród 18 zaproponowanych czynników tylko dwa, w ocenie wykonawców, uznane zostały wg przyjętej skali ocen za mało ważne – wspomniany wcześniej brak dostępu do technologii oraz zmiany w obowiązującym prawie. Te same dwa czynniki zostały najniżej ocenione również pod względem częstości występowania (odpowiednio 1,48 i 1,26 – tabela 2) Błędy i niezgodności w dokumentacji projektowej to nie tylko najważniejsza, ale również najczęstsza wg badanych przyczyna opóźnień na polskich budowach (średnia ocena częstości występowania 3,61). Kolejne dwa wskazane przez nich czynniki to nierealnie krótki czas realizacji przedsięwzięcia, jaki zakłada inwestor (3, 10) oraz powolny proces podejmowania przez niego decyzji (2,97).

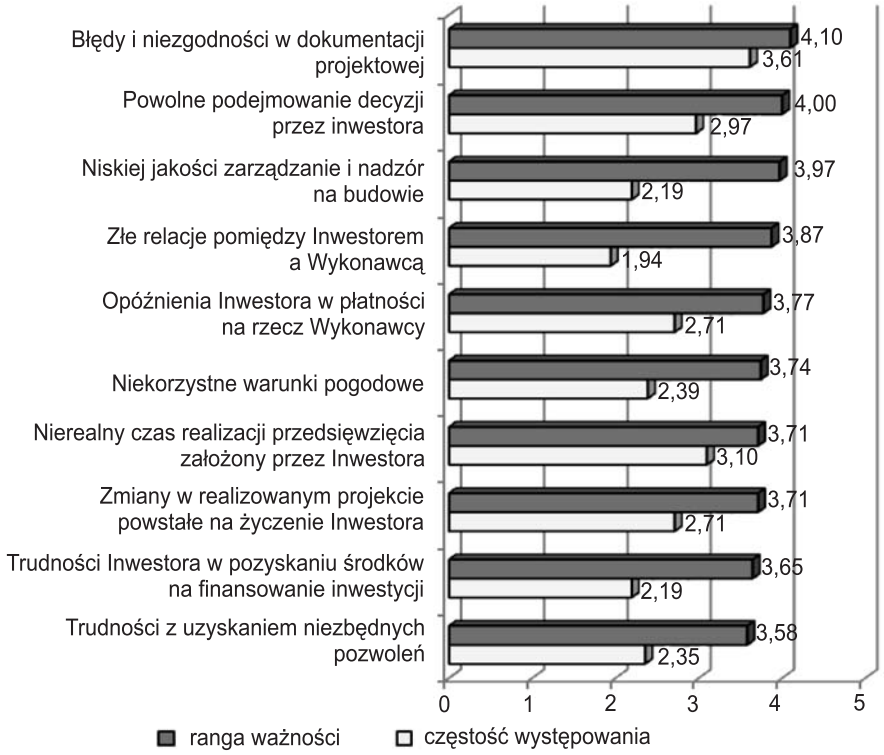
Analizując otrzymane wyniki, warto odnieść się raz jeszcze do pracy [10], dotyczącej przewidywalności czasu trwania budowy w publicznych inwestycjach drogowych w Polsce. Autorzy tego referatu jako główne przyczyny zmian terminów zakończenia wybranych inwestycji drogowych wskazali konieczność wykonania robót dodatkowych i zmian w projekcie (44%) oraz czynniki pogodowe (33%). Pozostałe w porównywalnych udziałach to przedłużające się procedury przetargowe, brak koniecznych pozwoleń/uzgodnień/praw do terenu, okrycia archeologiczne i winę wykonawcy. Dane te pozyskano w wyniku przeglądu istniejącej dokumentacji udostępnianej przez inwestorów. Warto podkreślić, że przedstawione w artykule opinie wykonawców nie rozmijają się z przedstawionymi przez autorów [10] faktami. Roboty dodatkowe nie były wprawdzie ujęte jako oddzielny czynnik w prowadzonych badaniach, ale można je powiązać błędami w dokumentacji projektowej lub zmianami wprowadzonymi na życzenie inwestora (1 i 8 miejsce). Zmiany w projekcie (na życzenie inwestora) oraz warunki pogodowe znalazły się odpowiednio na 8. i 6. miejscu.

Tabela 2

Średnie oceny czynników powodujących opóźnienia

Czynnik* *– kolejność zaproponowana w ankiecie	Średnia ocena czynnika	
	wg kryterium ważności	wg kryterium częstości występowania
Błędy i niezgodności w dokumentacji projektowej	4,10	3,61
Zmiany w realizowanym projekcie powstałe na życzenie inwestora	3,71	2,71
Opóźnienia inwestora w płatnościach na rzecz wykonawcy	3,77	2,71
Trudności inwestora w pozyskaniu środków na finansowanie inwestycji	3,65	2,19
Jakość siły roboczej – zatrudnianie niewyszkolonych pracowników	3,48	2,61
Niekorzystne warunki pogodowe	3,74	2,39
Opóźnienia w dostawach materiałów	2,81	1,84
Niskiej jakości zarządzanie i nadzór na budowie spowodowane brakiem doświadczonej kadry lub złą organizacją pracy	3,97	2,19
Nieefektywne planowanie (w tym opracowanie harmonogramów)	3,35	2,65
Nieprzewidziane zmiany w obowiązującym prawie	2,39	1,26
Brak dostępu wykonawcy do nowoczesnych technologii	2,29	1,48
Niewystarczająca ilość niezbędnych maszyn i narzędzi na placu budowy	3,23	1,74
Złe relacje pomiędzy inwestorem a wykonawcą	3,87	1,94
Powolne podejmowanie decyzji przez inwestora	4,00	2,97
Zmiany osobowe kluczowego personelu wykonawcy	3,03	1,68
Trudności z uzyskiwaniem niezbędnych pozwoleń do realizacji robót	3,58	2,35
Nierealny (zbyt krótki) czas realizacji przedsięwzięcia, założony przez inwestora	3,71	3,10
Wewnętrzne problemy firmy wykonawczej	3,10	2,03

Źródło: Opracowanie własne



Rys. 1. Główne przyczyny opóźnień – wg rangi ważności (ze wskazaniem częstości występowania)

Fig. 1. The main causes of delays – order of the importance (including the frequency)

5. Wnioski

Biorąc pod uwagę liczbę przeprowadzonych na świecie badań, dotyczących przyczyn opóźnień w robotach budowlanych (tab.1), można wnioskować, że problem opóźnień jest zjawiskiem powszechnie występującym. W niektórych publikacjach można zauważyć wyodrębnienie rynku, na którym prowadzone były badania, np. w pracach [4, 5, 7, 10] analizowano wyłącznie rynek zamówień publicznych. W prezentowanych w artykule badaniach nie rozróżniano rynków, na których wykonawcy pełnili usługi. Być może w kolejnych badaniach warto podjąć próbę odpowiedzi na pytanie czy rodzaj inwestycji (publiczna – prywatna) ma wpływ na dokonywaną przez wykonawców ocenę czynników. Przedstawione w artykule wyniki badań, dotyczyły wyłącznie jednej grupy uczestników procesu inwestycyjnego – wykonawców. Ocena zaproponowanych przyczyn opóźnień robót budowlanych może być zatem bardzo subiektywna. Dlatego konieczne wydaje się przeprowadzenie podobnych badań w pozostałych grupach: inwestorów, projektantów czy konsultantów/zarządzających. Badania takie już zostały częściowo podjęte przez autorkę. Poznanie opinii pozostałych grup

pozwoli na wyciągnięcie obiektywnych wniosków na temat przyczyn opóźnień na polskich budowach. Znajomość tych czynników może pomóc w dobraniu właściwych działań, zmierzających do zmniejszenia ryzyka wystąpienia opóźnień w realizacji robót budowlanych.

Warto jednocześnie zwrócić uwagę na fakt, że gdyby rozpatrywać wydłużenie czasu realizacji całych inwestycji, to w naszym kraju wg [28] są one zazwyczaj wynikiem wydłużających się procedur przygotowania inwestycji do realizacji, a nie wydłużania przez wykonawcę (czy grupę wykonawców) okresu prowadzenia robót budowlanych. M. Połoński szeroko opisał w [28] bariery procesu inwestycyjnego w Polsce, podkreślił dominujące przeciąganie procedur poprzedzających fazy wznoszenia obiektów, które skutkują wydłużaniem się terminów ukończenia inwestycji i wzrostem ich kosztów. Przy czym jego zdaniem zasadnicza różnica jest taka, że na wykonanie robót budowlanych zostaje zawarty kontrakt, którego niedotrzymanie grozi stronom karami finansowymi, podczas gdy przedłużanie procedur przygotowania inwestycji do realizacji nie pociąga za sobą zazwyczaj żadnych ujemnych skutków finansowych dla instytucji zaangażowanych w te prace.

Literatura

[1] Acharya N.K., Lee Y.D., Im H.M., *Investigating delay factors in construction industry: A Korean perspective*, Korean Journal of Construction Engineering and Management, Vol. 10, 2006, 177-190,

[2] Ahmed S.M., Azhar S., Castillo M., Kappagantula P., *Construction Delays in Florida: An Empirical Study*, State of Florida, Department of Community Affairs, 2003.

[3] Aibinu A.A., Odeyinka A., *Construction delays and their causative factors in Nigeria*, Journal of Construction Engineering and Management, ASCE, Vol. 132, No. 7, 2006, 667-677.

[4] Al-Khalil M.I., Al-Ghafly M.A., *Important causes of delays in public utility projects in Saudi Arabia*, Construction Management and Economics, 17, 1999, 647-655.

[5] Al-Kharashi A., Skitmore M., *Causes of delays in Saudi Arabian public sector construction projects*, Construction Management and Economics, 27, 2009, 3-23.

[6] Alwi S., Hampson K.D., *Identifying the important causes of delays in building construction* projects, [in:] The 9th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction*,* 16–18 December 2003, Bali, Indonesia 2003.

[7] Arditi R.D., Akan G.T., Gurdamar S., *Reasons for delays in public projects in Turkey,* Construction Management and Economics, 3, 1985, 171-181.

[8] Baldwin J.R., Manthei J.M., *Causes of delays in the construction industry*, ASCE Journal of the Construction Division, 97, 1971, 177-187.

[9] Chang A. S-T., *Reasons for cost and schedule increase for engineering design projects.* Journal of Management in Engineering, ASCE, Vol. 18, No. 1, 2002, 29-36.

[10] Czarnigowska A., Sobotka A., *Przewidywalność czasu trwania budowy: publiczne przedsięwzięcia drogowe*, Czasopismo Techniczne 1-B/2010, Wydawnictwo PK, Kraków 2010, 23-34.

[11] Faridi A. S., El-Sayegh S.M., *Significant factors causing delay in the UAE construction industry*. Construction Management and Economics, Volume 24, Issue 11, 2006, 1167-1176.
[12] Frimpong Y., Oluwoye J., *Significant factors causing delay and cost overruns in construction of groundwater projects in Ghana,* Journal of Construction Research,4 (2), 2003, 175-187.
[13] Kaka A., Price A.D.F., *Relationship between value and duration of construction projects,* Management and Economics, 9 (4), 1991, 383-400.
[14] Kaming P.F., Olomolaiye P.O., Holt G.D., Harris F., *Factors influencing time and cost overruns on highrise projects in Indonesia*, Construction Management and Economics, 15, 1997, 83-94.
[15] Kodeks Cywilny z dnia 23 kwietnia 1964 r. (Dz.U. Nr 16, poz. 93 z późn. zm.).
[16] Koushki P.A., Al-Rashid K., Kartam N., *Delays and cost increases in the construction of private residential projects in Kuwait*, Construction Management and Economics, 23, 2005, 285-294.
[17] Leśniak A., *Skąd się biorą opóźnienia?*, Builder 1/2010, 24-25.
[18] Leśniak A., Plebankiewicz A., *Opóźnienia w robotach budowlanych*, Zeszyty Naukowe WSOWL, 3/2010, 332-339.
[19] Lim C.S., Mohamed M.Z., *An exploratory study into recurring construction problems*., International Journal of Project Management, 18 (3), 2000, 267-273.
[20] Lo T.Y., Fung I.W.H., Tung K.C.F., *Construction delays in Hong Kong civil engineering projects,* Journal of Construction Engineering and Management, 132 (6), 2006, 636-649.
[21] Long N.D., Ogunlana S.O., Lan D.T.X., *A study on project success factors in large construction projects in Vietnam*, Journal of Engineering, Construction and Architectural, 11 (6), 2004, 404-413.
[22] Long N.D., Ogunlana S., Quang T., Lam K.C., *Large construction projects in developing countries: a case study Vietnam*, International Journal of Project Management, 22 (7), 2004, 553-561.
[23] Mansfield N.R., Ugwu O.O., Doran T., *Causes of delays and cost overruns in Nigeria construction projects,* International Journal of Project Management, 12 (4), 1994, 254-260.
[24] Mezher T.M., Tawil W., *Causes of delays in the construction industry in Lebanon*, Engineering, Construction and Architectural Management, 5 (3), 1998, 252-60.
[25] Ogunlana S., Promkuntong K., *Construction delays in a fast-growing economy: comparing Thailand with other economics*, International Journal of Project Management, 14 (1), 1996, 37-45.
[26] Pasławski J., Drzewiecka J., *Analiza zakłóceń procesów budowlanych*, Budownictwo i Inżynieria Środowiska, 2/2011, 475-479.
[27] Pietrzykowski K., Kodeks cywilny. *Komentarz do artykułów 450–1088*, Tom II, Wydawnictwo C.H. Beck, Warszawa 2009, 58.
[28] Połoński M., *Wiarygodność szacowanych kosztów planowanych inwestycji na tle barier w procesie inwestycyjnym.* Acta Scientiarum Polonorum. Architectura 2007, nr 6 (3), 35-41.

[29] Połoński M., *Harmonogramy sieciowe w robotach inżynierskich*, Wydawnictwo SGGW, Warszawa 2001.
[30] Sambasivan M., Soon Y.W., *Causes and effects of delays in Malaysian construction industry*, International Journal of Project Management, Vol. 25, 2007, 517-526.
[31] Skorupka D., *Identification and Initial Risk Assessment of Construction Projects in Poland,* Journal of Management in Engineering, July 2008, Volume 24, Number 3, American Society of Civil Engineers 2008, 120-127.
[32] Sullivan A., Harris F.C., *Delays on large construction projects*. International Journal of Operations and Production Management, 6 (1), 1986, 25-33.
[33] Sweis G., Sweis R., Abu Hammad A., Shboul A., *Delays in construction projects: The case of Jordan*, International Journal of Project Management, 26/2008, 665-674.
[34] Toor S., Ogunlana S., *Problems causing delays in major construction projects in Thailand*, Construction management and economics, 26/2008, 395-408.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

MARIAN MIKOŁAJEK*

NIELINIOWE ZAGADNIENIE DEFORMACJI DWUSKŁADNIKOWEGO OŚRODKA POROWATEGO O INDUKOWANEJ ANIZOTROPII PRZEPŁYWU

NON-LINEAR PROBLEM OF DEFORMATION OF TWO PHASE POROUS MEDIA WITH INDUCED ANISOTROPIC PERMEABILITY

Streszczenie

W artykule podano sformułowanie problemu nieliniowego stanu deformacji dwuskładnikowego nasyconego ośrodka porowatego ze zmienną porowatością i przepuszczalnością oraz zmiennymi indukowanymi anizotropowymi własnościami przepuszczalności. Zmienne anizotropowe własności przepuszczalności opisuje się poprzez zmianę struktury wewnętrznej porów kulistych na pory elipsoidalne. Przykład obliczeniowy obejmuje wyznaczenie aktualnego tensora przepuszczalności dla zadanej deformacji w płaskim stanie odkształcenia.

Słowa kluczowe: ośrodek porowaty, duże deformacje, generowana anizotropia przepływu

Abstract

The paper deals with the non-linear state of deformation of saturated two phase porous media with variable porosity and permeability. Induced anisotropic permeability is taken into account. This induced anisotropy is described by changing the internal structure of spherical pores into ellipsoidal ones. Numerical example shows the evaluation of the current tensor of permeability in the plane state of deformation.

Keywords: porous media, large deformations, induced anisotropic permeability

* Dr inż. Marian Mikołajek, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

Oznaczenia

d_q – średnica ziaren szkieletu
$\mathbf{E}$ – tensor odkształcenia szkieletu
$\boldsymbol{e}$ – wektory bazy
$\mathbf{F}^s$ – gradient deformacji szkieletu
J^F – Jacobian deformacji cieczy
J^s – Jacobian deformacji szkieletu
$\mathbf{K}$ – tensor przepuszczalności
k – współczynnik przepuszczalności
n – porowatość
N,A,Q,R – stałe materiałowe
n_0 – porowatość początkowa
$\mathbf{R}^s$ – tensor obrotu szkieletu
$\mathbf{S}$ – II tensor naprężenia Piola-Kirchhoffa
$\boldsymbol{u}^s$ – wektor przemieszczenia szkieletu
$\mathbf{U}^s$ – tensor rozciągnięcia szkieletu
X^s, X^F – współrzędne materialne cząstek szkieletu i cieczy
x^s, x^F – współrzędne przestrzenne cząstek szkieletu i cieczy
$\boldsymbol{\alpha}$ – macierz transformacji
θ – wskaźnik zawartości cieczy
Λ_i – wydłużenia główne szkieletu
σ – naprężenie w cieczy
$\boldsymbol{\tau}$ – siła interakcji
v^F – wektor prędkości cieczy
v^s – wektor prędkości szkieletu

1. Wstęp

Praca obejmuje teoretyczne sformułowanie problemu nieliniowego stanu deformacji dwuskładnikowego ośrodka porowatego ze zmienną porowatością i zmiennymi anizotropowymi własnościami przepuszczalności sprężystego szkieletu wraz z separacją faz cząstek szkieletu i cieczy. Nieliniowe efekty w ośrodku porowatym były rozważane przez wielu autorów (Szefer [5, 6], Schrefler [1], Wilmański [7], Mikołajek [2–4]).

Szereg problemów geotechnicznych (jak osiadanie podłoża budowlanego, problem upłynnienia gruntu tzw. *liquefaction*), transport zanieczyszczeń w ośrodku gruntowym (ważny z punktu widzenia ochrony środowiska), jak również opis deformacji nowych materiałów poryzowanych (np. termoizolacyjnych) wymaga dalszych prac badawczych z tego zakresu.

Zmienne w czasie procesu deformacji anizotropowe własności przepuszczalności uwzględnia się poprzez opisanie zmiany struktury wewnętrznej porów kulistych na pory elipsoidalne (ośrodek o początkowych izotropowych własnościach przepuszczalności) lub zmiany porów elipsoidalnych na inne elipsoidalne (ośrodek o wstępnych anizotropowych własnościach przepuszczalności). Modelując opisany proces deformacji, postuluje się, że początkowe kuliste lub elipsoidalne pory w trakcie procesu deformacji przechodzą w pory

elipsoidalne o osiach równoległych do osi głównych tensora rozciągnięcia szkieletu, natomiast obrót tych osi określa tensor obrotu dla szkieletu.

Podobnie w przypadku płaskiego stanu deformacji dwuskładnikowego ośrodka porowatego mamy do czynienia z przejściem od przekroju kołowego porów do przekroju eliptycznego (kierunki osi elipsy pokrywają się z kierunkami głównymi tensora rozciągnięcia szkieletu), a następnie z obrotem, który odpowiada tensorowi obrotu szkieletu. W przykładzie obliczeniowym dla zadanego gradientu deformacji szkieletu w pewnym punkcie ośrodka porowatego i dla danej chwili czasu, wyznaczono aktualny tensor przepuszczalności.

Na zakończenie podaje się komplet równań opisujący statyczną deformację konsolidującego ośrodka porowatego ze sprężystym szkieletem i nieściśliwą cieczą Pascala.

2. Opis przyjętego modelu dwuskładnikowego ośrodka porowatego

Nawodniony ośrodek porowaty traktujemy jako ośrodek dwufazowy zgodnie z pracą [5].

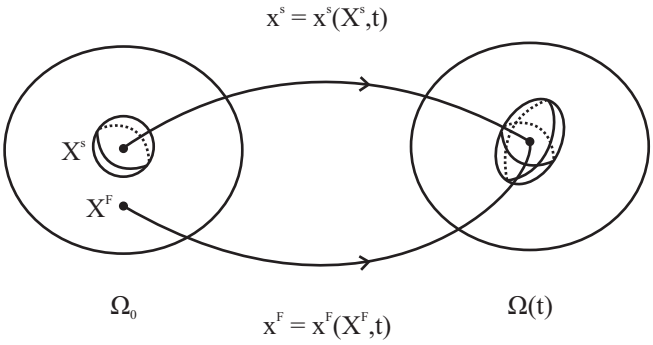
Udział porów w opisie ośrodka uwzględniamy poprzez skalarną funkcję $n(x)$. Wewnętrzną strukturę porów oraz jej zmianę uwzględnia się w opisie własności przepuszczalności ośrodka.

Przyjmując, że ciecz jest nieściśliwą cieczą Pascala aktualną porowatość można wyznaczyć z równania ciągłości cieczy [2, 5].

$$n(X) = \frac{n_0(X)}{J^F(X)}$$

Do opisu własności przepuszczalności postulujemy, że początkowe kuliste lub elipsoidalne pory (wstępnie izotropowy lub anizotropowy ośrodek przepuszczalny) w trakcie procesu deformacji przechodzą w pory elipsoidalne o osiach równoległych do osi głównych tensora rozciągnięcia U^s szkieletu.

Aktualne położenie pora po obrocie określa tensor obrotu $\mathbf{R}^s$ dla szkieletu.

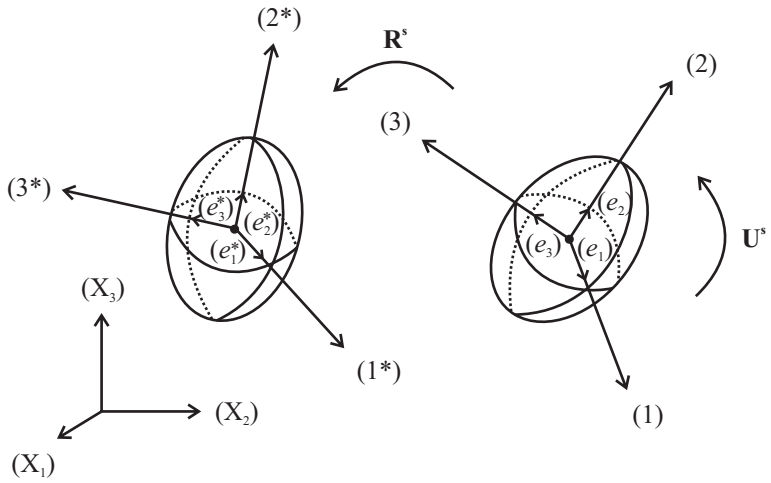


Rys. 1. Graficzny obraz deformacji nasyconego ośrodka porowatego

Fig. 1. Plot illustrating the deformation of a saturated porous media

Oznaczamy wydłużenia główne szkieletu w danym punkcie ośrodka przez Λ_1, Λ_2, Λ_3. Odpowiadające im kierunki główne tensora rozciągnięcia szkieletu to: $\boldsymbol{e}_1$, $\boldsymbol{e}_2$, $\boldsymbol{e}_3$. Po obrocie opisanym tensorem obrotu $\mathbf{R}^{\mathbf{S}}$ otrzymujemy:

$$\boldsymbol{e}_1^* = \mathbf{R}^{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{e}_1^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{e}_2^* = \mathbf{R}^{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{e}_2^{\mathrm{T}}$$
$$\boldsymbol{e}_3^* = \mathbf{R}^{\mathbf{s}} \cdot \boldsymbol{e}_3^{\mathrm{T}}$$



Rys. 2. Rozciągnięcie i obrót porów w trakcie deformacji

Fig. 2. Extension and rotation of pores during deformation

Tensor przepuszczalności w układzie osi własnych (1*, 2*, 3*) przyjmuje postać:

$$[\mathbf{K}_{ij}^*] = \begin{bmatrix} \mathrm{k}\cdot\dfrac{3\Lambda_2\cdot\Lambda_3}{\Lambda_1\cdot\Lambda_2\cdot\Lambda_1\cdot\Lambda_3+\Lambda_2\cdot\Lambda_3} & 0 & 0 \\ 0 & k\cdot\dfrac{3\Lambda_1\cdot\Lambda_3}{\Lambda_1\cdot\Lambda_2\cdot\Lambda_1\cdot\Lambda_3+\Lambda_2\cdot\Lambda_3} & 0 \\ 0 & 0 & \mathrm{k}\cdot\dfrac{3\Lambda_1\cdot\Lambda_2}{\Lambda_1\cdot\Lambda_2\cdot\Lambda_1\cdot\Lambda_3+\Lambda_2\cdot\Lambda_3} \end{bmatrix}$$

Gdzie współczynnik przepuszczalności $k(x) = k[n(x)]$

np. $k = \dfrac{2{,}8\cdot10^{-2}\cdot d_q\cdot n^3}{(1-n)^4}$ – wzór Krügera

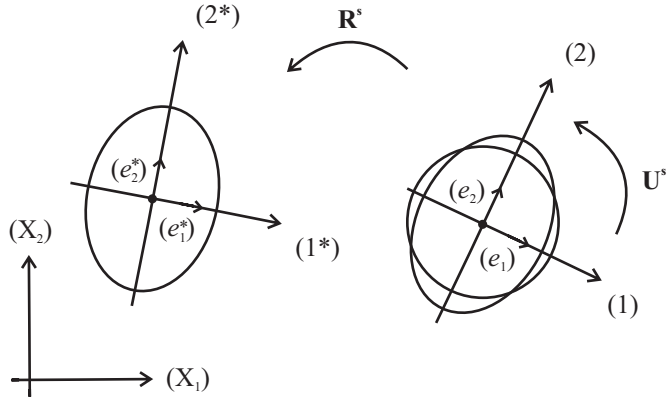
Po transformacji do układu (X_1, X_2, X_3) otrzymujemy:

$$\mathbf{K} = \boldsymbol{\alpha}^{\mathbf{T}} \cdot \mathbf{K}^* \cdot \boldsymbol{\alpha}$$

gdzie:

$$\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_{ij}] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{11}^{*}, & \boldsymbol{e}_{12}^{*}, & \boldsymbol{e}_{13}^{*} \\ \boldsymbol{e}_{21}^{*}, & \boldsymbol{e}_{22}^{*}, & \boldsymbol{e}_{23}^{*} \\ \boldsymbol{e}_{31}^{*}, & \boldsymbol{e}_{32}^{*}, & \boldsymbol{e}_{33}^{*} \end{bmatrix}$$

Podobnie w przypadku płaskiego stanu deformacji dwuskładnikowego ośrodka porowatego mamy do czynienia z przejściem od przekroju kołowego porów do przekroju eliptycznego (kierunki osi elipsy pokrywają się z kierunkami głównymi tensora rozciągnięcia szkieletu), a następnie z obrotem, co odpowiada tensorowi obrotu szkieletu $\mathbf{R}^{s}$.



Rys. 3. Rozciągnięcie i obrót porów w płaskim stanie deformacji

Fig. 3. Extension and rotation of pores in the plane state of deformation

$$\mathbf{K}^{*} = [\mathrm{K}_{ij}^{*}] = k \cdot \begin{bmatrix} k \cdot \dfrac{2\Lambda_2}{\Lambda_1 + \Lambda_2} & 0 \\ 0 & k \cdot \dfrac{2\Lambda_1}{\Lambda_1 + \Lambda_2} \end{bmatrix}$$

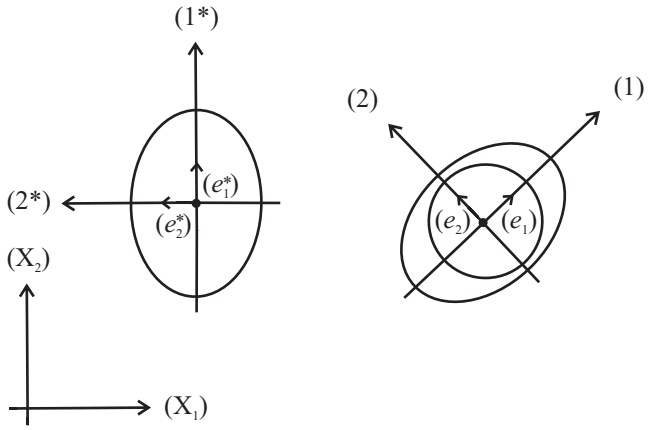
Po transformacji: $\mathbf{K} = \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{K}^{*} \cdot \boldsymbol{\alpha}$

gdzie: $\boldsymbol{\alpha} = [\alpha_{ij}] = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_{11}^{*}, & \boldsymbol{e}_{12}^{*} \\ \boldsymbol{e}_{21}^{*}, & \boldsymbol{e}_{22}^{*} \end{bmatrix}$

3. Przykład

Stan deformacji w pewnym punkcie ośrodka porowatego opisany jest gradientem deformacji $\mathbf{F}^{s}$. Poniżej wyznaczono aktualny tensor przepuszczalności odpowiadający zadanej deformacji. Aktualną wartość współczynnika przepuszczalności k wyznacza się, wykorzystując podany wcześniej wzór Krügera.

$$\mathbf{F}^{s} = \begin{bmatrix} 1, & -1 \\ 3, & 3 \end{bmatrix}$$



Rys. 4. Przykładowy przekrój porów dla założonej deformacji

Fig. 4. Exemplary cross-section for assumed deformation

Tensor rozciągnięcia szkieletu w układzie osi własnych (1, 2) $\mathbf{U}^{s'}$ oraz w układzie (X_1, X_2) $\mathbf{U}^{s}$ przyjmuje postać:

$$\mathbf{U}^{s'} = \begin{bmatrix} \Lambda_1, & 0 \\ 0, & \Lambda_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3\sqrt{2}, & 0 \\ 0, & \sqrt{2} \end{bmatrix} \qquad \mathbf{U}^{s} = \begin{bmatrix} 2\sqrt{2}, & \sqrt{2} \\ \sqrt{2}, & 2\sqrt{2} \end{bmatrix}$$

Tensor obrotu w układzie (X_1, X_2) wyraża się następująco:

$$\mathbf{R}^{s} = \begin{bmatrix} \frac{\sqrt{2}}{2}, & -\frac{\sqrt{2}}{2} \\ \frac{\sqrt{2}}{2}, & \frac{\sqrt{2}}{2} \end{bmatrix}$$

Zatem: $\mathbf{F}^{s} = \mathbf{R}^{s} \cdot \mathbf{U}^{s}$

Wektory bazy układu (1, 2) oraz (1*, 2*) w układzie (X_1, X_2) to:

$$\boldsymbol{e}_1 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \qquad \boldsymbol{e}_1^{*} = \mathrm{R}^{s} \cdot \boldsymbol{e}_1^{T} = (0, 1)$$

$$\boldsymbol{e}_2 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \qquad \boldsymbol{e}_2^{*} = \mathrm{R}^{s} \cdot \boldsymbol{e}_2^{T} = (-1, 0)$$

Zatem macierz przejścia pomiędzy układami (X_1, X_2) a (1*, 2*) jest następująca:

$$\boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} 0, & 1 \\ -1, & 0 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K}^{*} = \begin{bmatrix} \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}+3\sqrt{2}}k, & 0 \\ 0, & \dfrac{2\cdot 3\sqrt{2}}{\sqrt{2}+3\sqrt{2}}k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{1}{2}k, & 0 \\ 0, & \dfrac{3}{2}k \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{K}^{*} \cdot \boldsymbol{\alpha} = \begin{bmatrix} \dfrac{3}{2}k, & 0 \\ 0, & \dfrac{1}{2}k \end{bmatrix}$$

gdzie:

K* – tensor przepuszczalności w układzie (1*, 2*)
K – tensor przepuszczalności w układzie (X_1, X_2)

4. Zbiorczy układ równań dla nieliniowej teorii konsolidacji przyjętego ośrodka porowatego

Komplet równań opisujący statyczną deformację konsolidującego ośrodka ze sprężystym szkieletem i nieściśliwą cieczą Pascala sformułowano bazując na [3, 4].

– równania ciągłości masy:

$$\rho_0^s = \frac{1-n}{1-n_0}\rho^s \cdot J^s$$

$n_0 = n \cdot J^s$

– równania bilansu pędu:

$$\{(1-n_0)\cdot S_{KL}\cdot x^s_{i,L} + n\cdot J^F \cdot \sigma[X^F_{K,i}],_K = 0 \qquad \text{gdzie}: [x^F_{K,i}] = (\mathrm{cof}x^F_{K,i})^T$$

$$n\cdot\{J^F\cdot\sigma\cdot[X^F_{K,i}]\}_{,K} - \tau_i = 0$$

– równania geometryczne

$$E^S_{KL} = \frac{1}{2}(u^S_{K,L} + u^S_{L,K} + u^S_{r,K}\cdot u^S_{r,L})$$

$\Theta = n \cdot (J^s - J^F)$

$\mathbf{K} = \boldsymbol{\alpha}^{\mathrm{T}} \cdot \mathbf{K}^{*} \cdot \boldsymbol{\alpha}$

gdzie:

$$\mathbf{K}^{*} = \begin{bmatrix} k\cdot\dfrac{3\Lambda_2\cdot\Lambda_3}{\Lambda_1\cdot\Lambda_2+\Lambda_1\cdot\Lambda_3+\Lambda_2\cdot\Lambda_3} & 0 & 0 \\ 0 & k\cdot\dfrac{3\Lambda_1\cdot\Lambda_3}{\Lambda_1\cdot\Lambda_2+\Lambda_1\cdot\Lambda_3+\Lambda_2\cdot\Lambda_3} & 0 \\ 0 & 0 & k\cdot\dfrac{3\Lambda_1\cdot\Lambda_2}{\Lambda_1\cdot\Lambda_2+\Lambda_1\cdot\Lambda_3+\Lambda_2\cdot\Lambda_3} \end{bmatrix}$$

– równania konstytutywne

$$S_{KL} = \frac{1-n}{1-n_0} \cdot [2N \cdot E_{KL} + (A \cdot E_{ii} - Q \cdot \Theta) \cdot \delta_{KL}]$$

$$\sigma = Q \cdot E_{KK} + R \cdot \Theta$$

$$\tau_i = K_{ij}^{-1} \cdot (v_J^F(X^F) - v_j^s(X^S))$$

$$k = \frac{2{,}8 \cdot 10^{-2} \cdot d_q \cdot n^3}{(1-n)^4}$$ – wzór Krügera

5. Wnioski

Zaproponowany model ewolucji zmian porowatości i przepuszczalności jest skutecznym sposobem opisu zmiennych anizotropowych własności przepuszczalności sprężystego szkieletu. Zmiana struktury wewnętrznej porów została wyznaczona z wykorzystaniem łatwo interpretowalnych pełnych miar deformacji jak tensor rozciągnięcia i obrotu oraz główne wydłużenia szkieletu w danym punkcie ośrodka. Przy braku wypełnienia porów cieczą ośrodek dwuskładnikowy jest jednofazowym ośrodkiem porowatym. Powyższy model może być wówczas wykorzystany do opisu zmian, ewolucji porowatości takiego ośrodka. Może to stanowić istotny wkład do opisu zmian termoprzepuszczalności ciał porowatych.

Literatura

[1] Lewis R., Schrefler R., *The finite element method in the deformation and consolidation of porous media*, J. Wiley, New York 1987.

[2] Mikołajek M., *Finite deformation of consolidating porous layer with phase separation*, ZAMM. Z. Angew. Math. Mech. 68., 1988.

[3] Mikołajek M., *Duże deformacje ośrodka porowatego*, Prace Komisji Mechaniki Stosowanej PAN, Mech. 14., 1990.

[4] Mikołajek M., Szefer G., *Consolidation of a porous multilayered subsoil undergoing large deformation*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics 3, 1998.

[5] Szefer G., *Nonlinear problems of consolidation theory*, Prob. Nonlin. De Mechanique, PWN, Warszawa 1980.

[6] Szefer G., *Computational aspects of saturated porous media undergoing large deformations*, Journal of Theoretical and Applied Mechanics 3, 1998.

[7] Wilmański K., *Porous media at finite strains. The new model with the balance equation for porosity*, Arch. Mech., 48, 4, Warszawa 1996.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

ANETA NOWAK-MICHTA*

WYTRZYMAŁOŚĆ NA ŚCISKANIE BETONÓW Z DODATKIEM POPIOŁU LOTNEGO KRZEMIONKOWEGO

COMPRESSIVE STRENGTH OF SILICEOUS FLY ASH CONCRETES

Streszczenie

W artykule przeanalizowano wpływ właściwości popiołów lotnych krzemionkowych oraz warunków dojrzewania na rozwój wytrzymałości betonów z ich dodatkiem, a także zweryfikowano istniejące modele wytrzymałościowe oraz zaproponowano własny model wytrzymałościowy betonu z dodatkiem popiołów lotnych z krajowych elektrowni i elektrociepłowni. Niniejszy model uwzględnia wpływ istotnych cech tego dodatku na wytrzymałość betonu w różnych stadiach jego rozwoju. Model ten opracowano na podstawie wyników wytrzymałości uzyskanych w zrealizowanym programie badawczym, w którym przyjęto zmienny poziomu dozowania popiołu lotnego (0, 20, 35, 50% masy cementu), współczynnik w/s = 0,55; 0,45; 0,38 oraz rodzaj popiołu lotnego krzemionkowego w trzech kategoriach strat prażenia A, B i C.

Słowa kluczowe: wytrzymałość na ściskanie, popiół lotny, model wytrzymałościowy

Abstract

The influence of siliceous fly ash properties and conditions of maturation on compressive strength of fly ash concretes was studied in the paper. Moreover, a lot of strength models of fly ash concretes were analyzed in the paper. The analyses made on the basis research program. The partial replacement of cement by fly ash (0, 20, 35, 50% mass of cement), the coefficient w/s = 0,55; 0,45; 0,38, and kind of siliceous fly ash in three categories of losses of ignition A, B and C were variable in concrete mixes. A new model of compressive strength for fly ash concretes, build on the basis of research program is presented in the paper.

Keywords: compressive strength, fly ash, model of compressive strength

* Dr inż. Aneta Nowak-Michta, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wytrzymałość betonów z dodatkiem popiołu lotnego

1.1. Analiza czynników kształtujących wytrzymałość betonów z dodatkiem popiołu lotnego

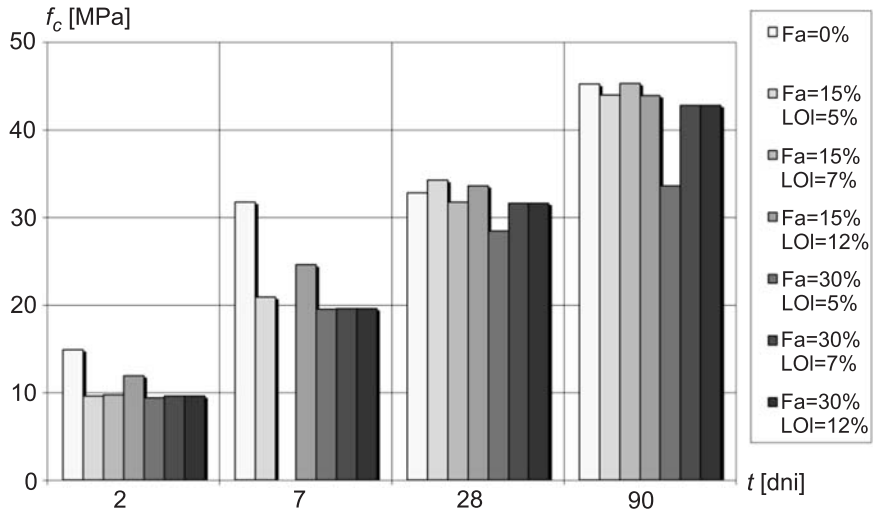
Aktywność popiołów jest bardzo zróżnicowana i wpływ popiołu na cechy betonu zależy przede wszystkim od składu fazowego i miałkości popiołu oraz temperatury i sposobu pielęgnacji betonu [3, 6, 10, 11, 19].

1.1.1. Wpływ składu fazowego

Głównym składnikiem popiołu lotnego, wpływającym na jego aktywność pucolanową jest reaktywny krzem i glin (zawarte w fazie szklistej), podczas gdy mulit i kwarc są niereaktywne [3, 6, 11, 19].

Stopień hydratacji cementu z dodatkiem popiołu lotnego wzrasta w późniejszym okresie w stosunku do samego cementu, a ponadto produkty hydratacji pod wpływem popiołu lotnego zmieniają się ilościowo oraz jakościowo [6, 11, 15, 18]. Zmiana fazy CSH w zaczynach z dodatkiem popiołu związana jest z postępem reakcji wodorotlenku wapnia z aktywną krzemionką i tworzeniem uwodnionych krzemianów wapniowych oraz karbonatyzacją. W zaczynach po 28 dniach wyraźnie maleje zawartość wodorotlenku wapnia i znacznie większy jest stopień shydratyzowania minerałów klinkierowych. Po 90 dniach zaobserwowano występowanie C-S-H I, który powstaje z wodorotlenku wapnia i krzemionki z popiołu lotnego [15, 18].

Wzrost zawartości strat prażenia w popiołach wpływa odwrotnie proporcjonalnie na wytrzymałość betonów z ich dodatkiem oraz zwiększa wodożądność mieszanki betonowej i zapotrzebowanie na środek napowietrzający [4, 6, 10, 11, 19].



Rys. 1. Wytrzymałość na ściskanie betonów z 15 i 30% dodatkiem popiołów o zmiennej wielkości strat prażenia w czasie 2–90 dni [8]

Fig. 1. Concrete with 15 i 30% additive of fly ash with different loss of ignition strength development between 2–90 day of maturation [8]

Zagadnieniem wpływu zawartości strat prażenia w popiele na wytrzymałość na ściskanie zapraw i betonów zajmowali się Łagosz et al. [4] oraz Hornain et al. [8]. Hornain [8] w badaniach zastosował trzy popioły lotne o zbliżonym składzie chemicznym, różniące się jedynie zawartością węgla na poziomie 5, 7 i 12% oraz miałkością. Popioły o większej zawartości węgla posiadały odpowiednio coraz większą powierzchnię właściwą wg Blaine'a (1680, 2055, 2280 cm^2/g). Wyniki badań wytrzymałości na ściskanie zapraw i betonów z dodatkiem 15 i 30% popiołu lotnego, przedstawione na rys. 1, nie wykazują istotnego wpływu zawartości strat prażenia na wytrzymałość na ściskanie, co zapewne ma związek z dominującym wpływem miałkości popiołu nad wielkością strat prażenia na wytrzymałość. Badania Łagosza et al. [4] potwierdzają wyniki uzyskane przez Hornaina et al. [8] w zakresie nieznacznego wpływu zawartości strat prażenia, w przypadku ich kontrolowania, na wytrzymałość na ściskanie betonów i równocześnie zwracają uwagę na ich negatywny wpływ w przypadku braku kontroli.

1.1.2. Wpływ uziarnienia

W determinacji reaktywności i wpływie na wzrost wytrzymałości zapraw i betonów miałkość popiołów, uważana jest za ważniejszą niż skład chemiczny. Drobniejsze cząstki, zawierające więcej fazy szklistej szybciej rozpuszczają się i reagują w płynnej fazie produktów hydratacji [3, 6, 11, 18, 19]. W przypadku popiołów lotnych tej samej frakcji ziarnowej o ich aktywności pucolanowej decyduje struktura fazy szklistej [18].

Istotny wpływ na narastanie wytrzymałości mają ziarna popiołu o wymiarach poniżej 45 μm. Istnieją sprzeczne tezy w zakresie ścisłości korelacji pomiędzy miałkością popiołu (mierzoną zgodnie z PN-EN 450-1 jako pozostałość na sicie o oczku 0,045 mm) a rozwojem wytrzymałości oraz pomiędzy uziarnieniem (którego miarę stanowi powierzchnia właściwa) a przyrostem wytrzymałości [19]. Tkaczewska [18] podaje, iż w miarę wzrostu miałkości popiołów lotnych wzrasta ich pucolanowość. Mielenie popiołów zwiększa ich miałkość i redukuje porowatość ziaren, co wywiera pozytywny efekt na zwiększenie reaktywności popiołu i rozwój wytrzymałości betonu. Jednakże istnieje również negatywny efekt mielenia popiołów w postaci zwiększonej wodożądności mieszanki betonowej, co pociąga za sobą przeciwny efekt w rozwoju wytrzymałości. Wzrost zapotrzebowania na wodę spowodowany jest destrukcją kulistych cząstek popiołu, które pogarszają urabialność mieszanki betonowej [3, 10, 19].

Hwang w [9] zaproponował model betonu (1, 2) uwzględniający współczynnik aktywności popiołu jako spoiwa k w funkcji wieku, zawartości popiołu lotnego, oraz powierzchni właściwej wg Blaine'a:

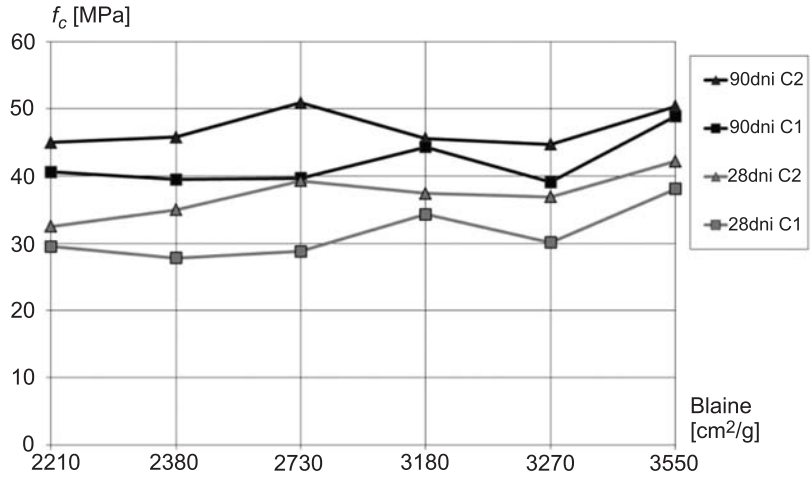
$$f_c(t) = \left(\frac{t}{b_1 + b_2 \cdot t} \right) \left(\frac{k \cdot fa + c}{w} \right) + b_3 \tag{1}$$

$$k = \alpha_1 \cdot (1{,}14 \cdot 10^{-4} \cdot (\text{Blaine} - 2500) + 1) \tag{2}$$

gdzie:

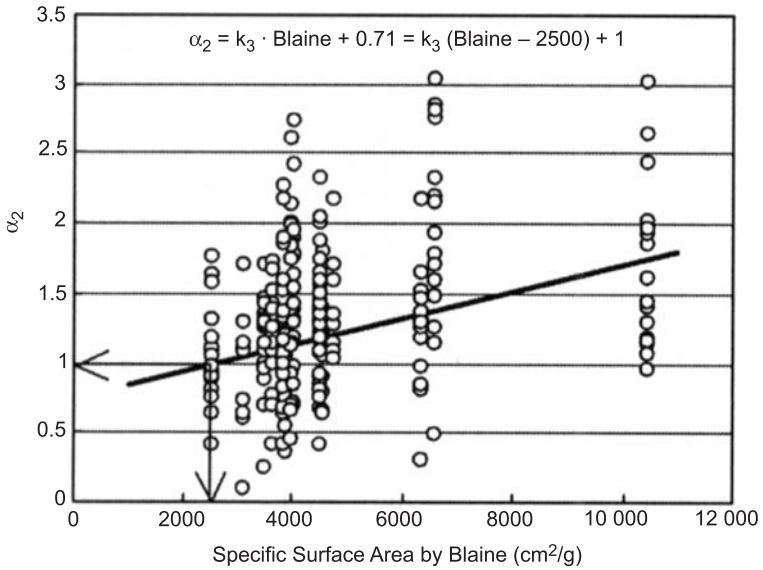
- b_i – stałe zależne od rodzaju cementu, metod pielęgnacji, natomiast niezależne od właściwości popiołu lotnego,
- α_1 – współczynnik zależny od stosunku popiół lotny/cement,
- Blaine – powierzchnia właściwa popiołu lotnego wg Blaine'a.

Wg Blaine'a powierzchnia właściwa niemielonych krajowych popiołów krzemionkowych, waha się w granicach właściwa 2000–4500 cm^2/g. Z obliczeń (2) wynika, iż składowa we współczynniku k zależna od powierzchni właściwej popiołu waha się dla przedziału powierzchni krajowych popiołów w granicach k = 0,94–1,23.



Rys. 2. Zależność 28 i 90 dniowej wytrzymałości betonów z dwoma rodzajami cementu C1 i C2 i powierzchni właściwej Blaine popiołu [5]

Fig. 2. Variation of 28 and 90-day compressive strength of concretes with two types of cements C1 and C2 and specific surface of fly ashes by Blaine [5]



Rys. 3. Zależność współczynnika aktywności i powierzchni właściwej wg Blaine'a popiołu [9]

Fig. 3. Relationship between activity coefficient of fly ash and Blaine specific surface area [9]

Podobny trend zaobserwowali Malhotra et al. [5], którzy zajmowali się między innymi wpływem wielkości powierzchni właściwej popiołu oraz rodzaju cementu na 28- i 90-dniową wytrzymałość. W programie badawczym zastosowano sześć popiołów lotnych krzemionkowych o zbliżonym składzie chemicznym, natomiast różniące się powierzchnią właściwą w zakresie 2210 do 3550 cm^2/g i dwa cementy portlandzkie o podobnej miałkości i znacznie różniące się głównie zawartością C_3A i szybkością narastania wytrzymałości. Z przedstawionej na rys. 2 zależności 28- i 90-dniowej wytrzymałości i miałkości popiołu dla dwóch rodzajów cementów wynika, iż w obu terminach dużo większy wpływ na wytrzymałość ma szybkość narastania wytrzymałości cementu, co związane jest z wcześniej dostępną większą ilością wodorotlenku wapnia niż miałkość popiołu w zakresie 2210 do 3550 cm^2/g.

Istotny wpływ powierzchni właściwej na aktywność popiołu zaznacza się w przypadku, kiedy wielkość powierzchni zmienia się z 2000 na 10000 cm^2/g (rys. 3).

1.1.3. Wpływ temperatury i innych warunków dojrzewania

Pielęgnacja wilgotnościowa i warunki temperaturowe odgrywają istotna rolę w rozwoju wytrzymałości zarówno betonów zwykłych, jak i betonów popiołowych. Zmiana temperatury dojrzewania wpływa na postęp procesu hydratacji. Problem ten dotyczy zarówno betonów bez popiołu, jak i betonów z dodatkiem popiołu, jednakże betony z dodatkiem popiołu są bardziej czułe na zmiany termiczne. Obniżenie temperatury w zakresie +10 do –5 powoduje opóźnienie współreagowania popiołu z cementem, a przez to pewne opóźnienie w wyrównaniu niedoborów wytrzymałości [3].

W Polsce badania wpływu podwyższonej temperatury na przyrost wytrzymałości przeprowadził Bastian [3], który dla betonu z dodatkiem popiołu lotnego ilości 10 do 50%, twardniejącego w temperaturze 20–40°C zaproponował zależność (3).

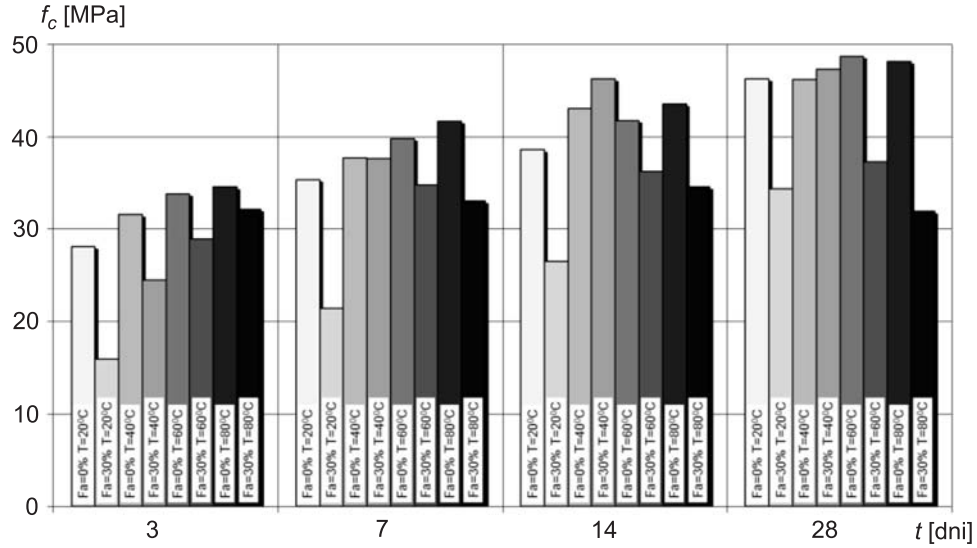
$$f_c(T) = (1 + \varphi \cdot b_4) \cdot f_c \tag{3}$$

gdzie:

- f_c – wytrzymałość betonu dojrzewającego w temperaturze 20°C [MPa],
- $f_c(T)$ – wytrzymałość betonu dojrzewającego w zakresie temperatur 20–40°C [MPa],
- φ – procent zastąpienia cementu popiołem [%],
- T – temperatura dojrzewania [°C],
- b_4 – współczynnik zależny od czasu oddziaływania temperatury i terminu badania wytrzymałości [3].

Kaszyńska [10] w wyniku analizy wpływu kinetyki wydzielania ciepła na zmiany wytrzymałości stwierdziła, iż temperatura wyraźnie zwiększa szybkość reakcji w układzie popiół lotny–cement, a produkty wspólnej hydratacji mają dobre właściwości mechaniczne, co potwierdza przykład betonu z 30% dodatkiem popiołu dojrzewający w warunkach podwyższonej temperatury, który już po 7 dniach osiągnął wyższą wytrzymałość niż beton bez dodatku dojrzewający w warunkach laboratoryjnych.

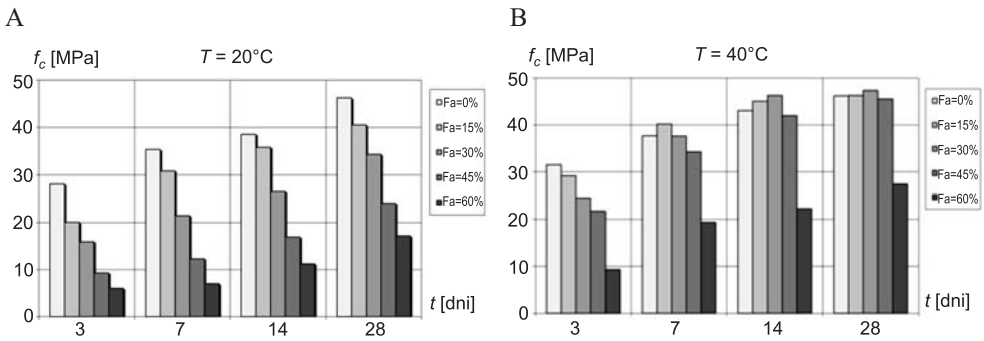
Paya et al. w [16] poddał analizie wpływ mielenia popiołów oraz temperatury na rozwój wytrzymałości zapraw cementowo-popiołowych. W zaprawach zastosowano zastąpienie cementu w ilościach 0, 15, 30, 45 i 60% popiołem lotnym krzemionkowym niemielonym oraz mielonym przez 10, 40 i 60 minut. Próbki przez 24 godziny przechowywano w formach w temperaturze 20°C, następnie po rozformowaniu przechowywano w wodzie w temperaturze 20, 40, 60 i 80°C.



Rys. 4. Rozwój wytrzymałości w czasie zapraw z różną ilością dodatku popiołu lotnego dojrzewających w temperaturze 20–80°C [16]

Fig. 4. Compressive strength development of mortars with different additives of fly ash curing at 20–80°C temperatures [16]

Na rys. 4 przedstawiono rozwój wytrzymałości w czasie zapraw dojrzewających w temperaturze 20–80°C. Analiza pozwoliła na wyciągnięcie wniosków, iż w temperaturze 20 i 40°C następuje znaczący przyrost wytrzymałości betonu w terminie pomiędzy 3 a 28 dniem, jednakże przyrost ten nie jest już zbyt duży w temperaturze 60°C. Natomiast w temperaturze 80°C nie zaobserwowano przyrostu wytrzymałości ze względu na szybki rozwój wytrzymałości w pierwszych trzech dniach.



Rys. 5. Rozwój wytrzymałości w czasie zapraw z dodatkiem popiołu od 0 do 60% dojrzewających w temperaturze A –20°C i B –40°C [16]

Fig. 5. Compressive strength development of mortars with 0 to 60% additives of fly ash curing at A –20°C i B –40°C temperatures [16]

Na rys. 5 zamieszczono wykresy przedstawiające rozwój wytrzymałości do 28 dnia dojrzewania zapraw z dodatkiem popiołu w ilości od 0 do 60% masy spoiwa dojrzewających odpowiednio w temperaturze 20°C i 40°C.

Na rys. 5A obserwujemy w miarę wzrostu zawartości popiołu w spoiwie, we wszystkich terminach pomiędzy 3 a 28 dniem spadki wytrzymałości, natomiast na rys. 5B dla zapraw dojrzewających temperaturze 40°C w terminie 7 i 14 dni obserwujemy przewyższenie wytrzymałości zapraw z 15 i 30% dodatkiem popiołu, a w terminie 28 dni wytrzymałości zapraw z dodatkiem popiołów od 0 do 45% są równe.

W wyniku przeprowadzonej analizy Paya [16] zaproponował dwa matematyczne modele. Pierwszy (4) określa liniową zależność pomiędzy wartością wytrzymałości a logarytmem okresu pielęgnacji zapraw w zakresie 3–28 dni, natomiast drugi (5) zależność 28 dniowej wytrzymałości zapraw dojrzewających w temperaturze 20–80°C, przy procencie zastąpienia cementu popiołem w zakresie 15–60%.

$$f_c = b_5 + b_6 \cdot \log_{10} t \tag{4}$$

$$f_c = b_7 + b_8 \cdot \varphi + b_9 \cdot \left(T - b_{10}\right)^2 + b_{11} \cdot \varphi \cdot T \tag{5}$$

gdzie:

f_c – wytrzymałość na ściskanie [MPa],
t – okres pielęgnacji [dni],
φ – procent zastąpienia cementu popiołem [%],
T – temperatura dojrzewania [°C],
b_i – współczynniki regresji zamieszczone w [16].

W tabeli 1 przedstawiono okresy podane przez Payę [16] potrzebne do uzyskania tej samej wytrzymałości na ściskanie w różnych temperaturach.

Tabela 1

Porównanie czasu dojrzewania zapraw z dodatkiem popiołu dla uzyskania takiej samej wytrzymałości w temperaturze 20 i 40°C [16]

Temperatura	40°C	20°C
Czas [dni]	3	14–90
	7	60–180
	14	90–180
	28	180–365

Kompozyty cementowo-popiołowe są znacznie bardziej wrażliwe na barak pielęgnacji wilgotnościowej szczególnie w późniejszym okresie po 7 dniach, kiedy praktycznie kończy się pielęgnację betonów bez dodatków [3].

1.2. Projektowanie składu betonów z dodatkiem popiołu lotnego

1.2.1. Metody projektowania składów betonów

Istnieją cztery podstawowe metody projektowania składu betonu z dodatkiem popiołu.

1. Metoda prostego zastępowania, w której w sposób bezpośredni cement zastępuje się popiołem, a różnice w gęstości uzupełnia się kruszywem drobnym;
2. Metoda uzupełniania, w której wprowadza się popiół lotny jako drobne kruszywo;
3. Zmodyfikowana metoda zastępowania, w której stosuje się częściowe zastępowanie cementu, drobnego kruszywa i wody;
4. Metoda właściwych proporcji – najpowszechniej obecnie stosowana metoda, pozwalająca na uzyskanie betonu o równoważnych właściwościach użytkowych. Jest to zmodyfikowana metoda zastępowania, którą zaproponował Smith, wprowadzając współczynnik efektywności popiołu jako spoiwa – k (równoważnik cementowy) [17]. Współczynnik k został zdefiniowany w ten sposób, że ilość popiołu lotnego (Fa) jest równoważna ilości ($k \times Fa$) cementu przy równoczesnym spełnieniu warunku wytrzymałości.

Poza jakością popiołu i cementu metoda projektowania składu betonu popiołowego jest najważniejszym czynnikiem kształtującym jego właściwości. W literaturze znajduje się bardzo duża ilość prac na temat wpływu popiołu lotnego na wytrzymałość i inne właściwości betonu popiołowego. Pokaźna ilość prac sugeruje, że częściowe zastąpienie cementu (wagowo bądź objętościowo) w zaprawach lub betonach przez popiół powoduje obniżenie wytrzymałości we wczesnych okresach (3 do 6 miesięcy), wraz ze zwiększonym przyrostem wytrzymałości w stosunku do betonu kontrolnego w okresie późniejszym, powyżej 6 miesiąca. Wyższa późniejsza wytrzymałość spowodowana jest rozwojem reakcji pucolanowej w tym okresie, której produktem jest zwiększona ilość CSH w zamian za $Ca(OH)_2$. Czas, w którym wytrzymałość betonu popiołowego wyrówna się z wytrzymałością betonu kontrolnego, zależy przede wszystkim od zawartości, reaktywności i miałkości popiołu lotnego, stosunku wody do cząstek stałych oraz warunków pielęgnacji obejmujących wilgotność i temperaturę.

Wzrost zawartości popiołu lotnego opóźnia wiązanie i może spowolnić rozwój wytrzymałości we wczesnych okresach. Szybszy przyrost wytrzymałości osiągany jest przez zmniejszenie ilości wody zarobowej i wzrost temperatury dojrzewania. Wilgotne i mokre warunki dojrzewania są bardzo ważne dla rozwoju wytrzymałości betonu popiołowego [3, 10, 19].

Częściowe zastąpienie cementu i drobnego kruszywa przez popiół w mieszance betonowej powoduje w betonie we wczesnych okresach przyrost wytrzymałości porównywany z betonem kontrolnym, natomiast w okresach późniejszych znaczną nadwyżkę wytrzymałości. Zastąpienie kruszywa popiołem powoduje znaczne przewyższenie wytrzymałości już w początkowym okresie w porównaniu z betonem kontrolnym. Efekty te oczywiście spowodowane są brakiem redukcji ilości cementu w mieszance betonowej.

Stwierdzono, iż zastosowanie superplastyfikatorów w betonach popiołowych skutkowało porównywalną wytrzymałością w początkowym okresie. Urabialność mieszanek betonowych z dodatkiem popiołu lotnego może nie zostać znacznie poprawiona przez zastosowanie superplastyfikatora. Jest to efektem przenoszenia ujemnego ładunku na powierzchni cząsteczek popiołu, co wywiera negatywny wpływ na ujemnie naładowane cząsteczki domieszki redukującej ilość wody [10].

1.2.2. Współczynnik *k*

Współczynnik *k*, nazywany równoważnikiem cementowym został wprowadzony w Wielkiej Brytanii w 1967 roku przez Smitha [17] w racjonalnej metodzie projektowania betonów z dodatkiem popiołu lotnego. W metodzie tej zastępuje się współczynnik wodno-cementowy (*w/c*), efektywnym współczynnikiem wodno-spoiwowym [$w/(c + k \cdot Fa)$]. Smith opierając się na własnych doświadczeniach zaproponował wartość $k = 0{,}25$ przy maksymalnym zastąpieniu cementu w ilości 25%.

Wprowadzona w kraju w 2003 roku norma PN-EN 206-1 umożliwia, przy spełnieniu określonych wymagań, uwzględnienie popiołu jako spoiwa ze współczynnikiem *k* równym 0,2 lub 0,4, w zależności od stosowanej klasy cementu.

Babu [2] przeprowadził analizę czynników wpływających na aktywność popiołu lotnego. Stwierdził, iż współczynnik *k* przy poziomach zastąpienia cementu popiołem 15–75% przyjmuje różne wartości w różnych terminach, zatem nie powinien jako jedna stała wartość reprezentować efektywności popiołu. Zaproponował rozbicie współczynnika *k* (6) na dwie składowe: k_e – ogólny współczynnik aktywności popiołu zależny od wieku i k_p – współczynnik procentowej aktywności zależny od procentu zastąpienia.

$$k = k_e + k_p \tag{6}$$

Na podstawie przeprowadzonego programu badań uzyskał wielkości ogólnego współczynnika aktywności popiołu k_e równe 0,3, 0,5, 0,7 odpowiednio w 7, 28 i 90 dniu, natomiast stwierdził, iż współczynnik procentowej aktywności k_p nie zależy od wieku betonu. Ponadto uzyskał zbliżone wartości współczynnika *k* dla popiołów klasy C i F.

Atis [1] na podstawie analizy literatury oraz przeprowadzonych badań wytrzymałości na ściskanie betonów z dodatkiem popiołu lotnego w ilości 50–70% masy cementu zaproponował równanie (7) pozwalające obliczyć współczynnik aktywności popiołu w zależności od okresu i warunków pielęgnacji, a także udziału procentowego popiołu lotnego w spoiwie:

$$k = \frac{\left(\dfrac{f_c(t)_{fa}}{f_c(t)_{npc}} - 1 \right)}{\varphi} + 1 \tag{7}$$

gdzie:

k – współczynnik aktywności popiołu,
φ – udział procentowy popiołu w spoiwie,
$f_c(t)_{npc}$ – wytrzymałość na ściskanie betonu kontrolnego w czasie *t*,
$f_c(t)_{Fa}$ – wytrzymałość na ściskanie betonu z dodatkiem popiołu lotnego w czasie *t*.

1.2.3. Modele wytrzymałościowe betonu popiołowego

Przez ponad półwieczny okres stosowania popiołu lotnego jako dodatku do betonu przeprowadzono liczne badania w zakresie kształtowania wytrzymałości betonów z jego dodatkiem, czego efektem jest szereg modeli wytrzymałościowych model Atisa – równanie (7) pkt 1.2.2, Babu – równanie (6) pkt 1.2.2, Bastiana – równanie (3) pkt 1.1.3, Hana [7], Hwanga – równanie (1) i (2) pkt 1.1.2, Larrarda [12], Olokuna [14] oraz Paya – równania (4) i (5) pkt 1.1.3. Przytoczone modele wytrzymałościowe zostały szczegółowo omówione i przeanalizowane w [13].

2. Badania własne

2.1. Program i zakres badań

Program badawczy miał na celu ocenę wpływu określonej ilości dodatku popiołu lotnego i jego własności na wytrzymałość betonu.

Tabela 2

Własności popiołów lotnych

Cecha		Popiół A	Popiół B	Popiół C	Wymagania PN-EN 450-1: 2006
SiO_2		53,49%	48,71%	50,50%	$SiO_2 \geq 25\%$[2)] $SiO_2 + Al_2O_3 + Fe_2O_3 \geq 70\%$[2)]
Al_2O_3		25,80%	25,29%	29,98%	
Fe_2O_3		7,30%	5,36%	4,74%	
CaO całkowite		3,08%	3,26%	1,65%	CaO ≤ 10%
CaO wolne		0,10%	0,11%	0,10%	≤ 0,10%
Straty prażenia[1)]		**1,9% (< 3%)**	**5,1% (4–8)**	**9,0% (5–10)**	**Kat. A < 5,0% Kat. B 2,0–7,0% Kat. C 4,0–9,0%**
SO_3		0,40%	0,40%	0,35%	≤ 3,0%
Miałkość Pozostałość na sicie 0,045 mm		36	39	27	Kategoria N ≤ 40% Kategoria S ≤ 12%
Wskaźnik aktywności pucolanowej	po 28 dniach	97%	102%	94%	≥ 75%
	po 90 dniach	117%	124%	105%	≥ 85%
Gęstość		2,08 g/cm^3	2,17 g/cm^3	2,39 g/cm^3	

[1)] – w nawiasach podano średnie przedziały wielkości podane przez dostawcę popiołu
[2)] – dla popiołu lotnego z węgla wymagane uznanie, że spełnia wymaganie

Z przeprowadzonej w pkt 1 analizy literatury w zakresie kształtowania wytrzymałości betonów z dodatkiem popiołów lotnych oraz z weryfikacji właściwości krajowych popiołów lotnych jednoznacznie wynika, iż spośród właściwości popiołów lotnych najistotniejszą rolę w aktywności popiołów odgrywa ich miałkość. Jednakże z analizy przeprowadzonej w pkt 1.1.2 wynika, iż wpływ powierzchni właściwej na aktywność popiołu zaznacza się, kiedy wielkość powierzchni zmienia się znacząco np. z 2000 na 10 000 cm^2/g. Spośród składników chemicznych popiołów istotną rolę w kształtowaniu właściwości betonów odgrywa wielkość strat prażenia. Z badań przeprowadzonych przez Hornaina et al. [8] wynika, że jednoznacznie można ustalić wpływ wielkości strat prażenia na wytrzymałość na ściskanie, w przypadku badań popiołów, nie tylko o jednakowym składzie chemicznym, ale także porównywalnej miałkości. Zatem w programie badawczym jako zmienną właściwość popiołu przyjęto wielkość strat prażenia przy zachowaniu zbliżonych pozostałych właściwości popiołu.

Receptury mieszanek zaprojektowano przy następujących założeniach:
- cztery poziomy dozowania popiołu lotnego φ: 0, 20, 35, 50% masy cementu (stosowano metodę prostego zastępowania cementu popiołem),
- trzy poziomy wskaźnika wodno-spoiwowego (spoiwo = cement + popiół): 0,55; 0,45; 0,38,
- trzy popioły lotne krzemionkowe zgodne z PN-EN 450-1: 2006 (tab. 2), w kategoriach strat prażenia A (1,9%), B (5,1%) i C (9,0%),
- stała konsystencja mieszanki betonowej S3 (100–150 mm opadu stożka).

Mieszanki wykonano z cementu CEM I 32,5R i kruszywa naturalnego o punkcie piaskowym 35% i maksymalnym ziarnie D = 16 mm.

W ramach badań własnych wykonano 30 serii betonów (3 betony kontrolne i 27 betonów z 20, 35 oraz 50% dodatkiem trzech popiołów lotnych), z których zaformowano po 9 próbek sześciennych o boku 150 mm przeznaczonych do badań wytrzymałości na ściskanie w 28 i 90 dniu dojrzewania.

2.2. Procedura badań

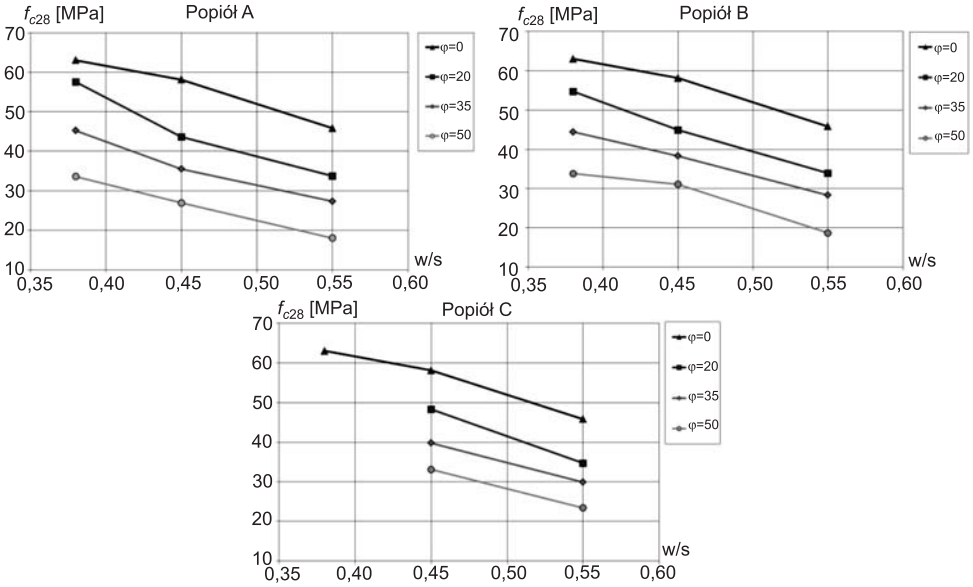
Betony wykonywano w laboratorium temperaturze 20°C i względnej wilgotności powyżej 60%. Klasę konsystencji dla wszystkich mieszanek uzyskano stałą – S3 (100–150 mm opadu stożka), dozując właściwa dawkę superplastyfikatora w ilości 0–2,5% masy spoiwa.

Badania konsystencji mieszanek oraz wytrzymałości na ściskanie betonu przeprowadzono zgodnie z normami, odpowiednio PN-EN 12350-2 i PN-EN 12390-4.

Próbki do badań wytrzymałości rozformowywano po 24 godzinach i przez cały okres dojrzewania przechowywano w komorze o temperaturze 20±2°C oraz wilgotności 95±5% zgodnie z normą PN-EN 12390-3.

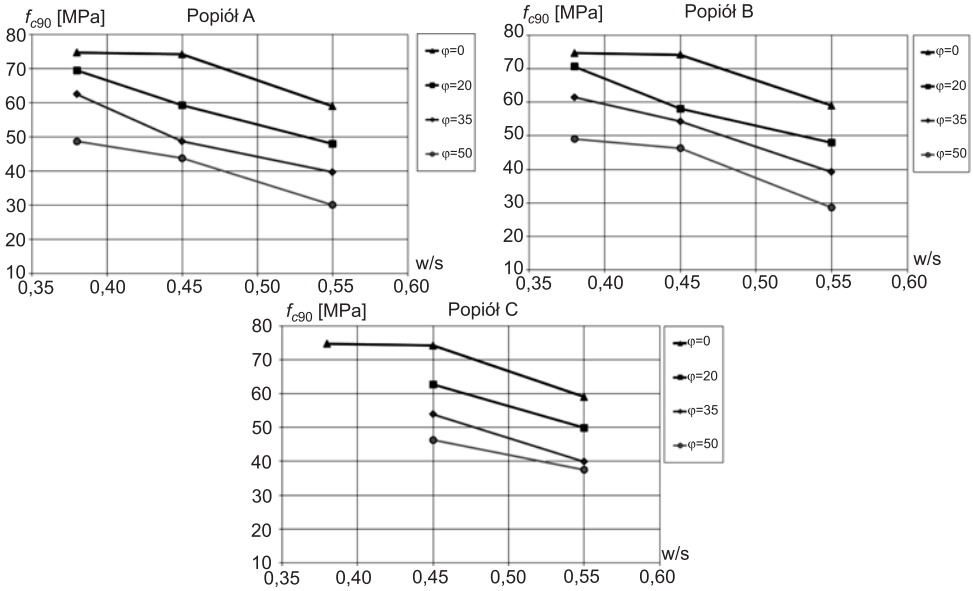
2.3. Wyniki badań wytrzymałości na ściskanie betonu

Badania wytrzymałości na ściskanie przeprowadzano w 28 i 90-tym dniu dojrzewania zgodnie z PN-EN 12390-3 za pomocą maszyny wytrzymałościowej MATEST. Oznaczenie 28 dniowej wytrzymałości na ściskanie przeprowadzono na sześciu próbkach sześciennych o boku 15 cm dla każdej z serii. Badaniu poddawano próbki w stanie wilgotnym w ciągu dwóch godzin od wywiezienia z komory klimatyzacyjnej. Natomiast oznaczenie 90-dniowej wytrzymałości na ściskanie przeprowadzono na trzech próbkach sześciennych o boku 15 cm dla każdej z serii. Badaniu poddawano próbki w stanie powietrzno-suchym. Na podstawie uzyskanych wyników sporządzono wykresy zależności średnich wytrzymałości od parametrów *w/s* i φ dla poszczególnych popiołów.



Rys. 6. Zależność 28-dniowej wytrzymałości betonów z dodatkiem popiołu A, B i C od *w/s* i φ

Fig. 6. Relationship 28-day compressive strength of concretes with A, B & C fly ash and *w/s* and φ



Rys. 7. Zależność 90-dniowej wytrzymałości betonów z dodatkiem popiołu A, B i C od *w/s* i φ

Fig. 7. Relationship 90-day compressive strength of concretes with A, B & C fly ash and *w/s* and φ

Powyższe zależności dla betonów w terminie 28 dni przedstawiono na rys. 6, a w terminie 90 dni na rys. 7. Wytrzymałość 28-dniowa badanych betonów znajduje się w przedziale 18,0–63,0 MPa, natomiast 90-dniowa w przedziale 30,1–74,7 MPa.

3. Analiza uzyskanych wyników badań

3.1. Weryfikacja istniejących modeli wytrzymałościowych

Spośród omówionych w pkt. 1 czynników kształtujących aktywność popiołu jako spoiwa w zrealizowanym programie badawczym określono wpływ zastosowanych popiołów lotnych na wytrzymałość betonów, w których stanowią dodatek w zakresie:
– wskaźnika wodno-spoiwowego,
– wielkości strat prażenia i zawartości popiołu w spoiwie,
– przyrostu wytrzymałości pomiędzy 28 a 90 dniem dojrzewania.

W pracy [13] zaprezentowano i przeanalizowano osiem modeli wytrzymałościowych betonu popiołowego, których budowę oparto na szerokich programach badawczych i opublikowano w [1, 2, 7, 9, 12, 14, 16]. Model Larrarda [12] jest rozszerzeniem modelu wytrzymałościowego Fereta, model Olokuna [14] oparty jest na równaniu Abramsa, natomiast pozostałe modele [1, 2, 7, 9, 16] bazują na rozszerzonym równaniu wytrzymałości Bolomey'a dla betonów z dodatkami.

Przedmiotem badań niniejszej pracy są popioły lotne krzemionkowe spełniające wymagania normowe PN-EN 450. Głównym wyróżnikiem przyjętym w programie badawczym jest wielkość strat prażenia, która w znowelizowanej normie została sklasyfikowana w trzech kategoriach. W zakresie miałkości i składu chemicznego nie zaznaczają się znaczące różnice pomiędzy popiołami (stanowiło to cel podczas doboru popiołów do badań).

Spośród ośmiu modeli przeanalizowanych w [13] poddano weryfikacji najistotniejsze cztery modele, uwzględniające parametry zmienne w zrealizowanym programie badawczym: Bastiana [3], Hana [7], Hwanga [9] oraz Olokuna [14]. Zaproponowane przez autorów równania (8)–(13) dla 28. dnia dojrzewania przyjmują następującą ogólną postać:

– Model Bastiana [3] $\rightarrow$
$$f_c = b_{12} \cdot \left(\frac{c + k \cdot fa}{w} - b_{13} \right) \tag{8}$$

– Model Hana [7] $\rightarrow$
$$f_c = b_{20} \cdot \frac{c}{w} - b_{21} \cdot \frac{fa}{w} + b_{22} \tag{9}$$

– Model Hwanga [9] $\rightarrow$
$$f_c(t) = b_{23} \cdot \left(\frac{k \cdot fa + c}{w} \right) + b_3 \tag{10}$$

$$f_c = \frac{b_{15}}{\left(b_{16}\right)^{\beta}} \tag{12}$$

– Model Olokuna [14] $\rightarrow$
$$\beta = \frac{w}{c + fa} + b_{17} \cdot (c + fa) - b_{18} \cdot \left(\frac{c}{fa} \right) \tag{13}$$

gdzie:

- f_c – wytrzymałość na ściskanie betonu,
- c – masa cementu na jednostkę objętości mieszanki betonowej,
- fa – masa popiołu lotnego na jednostkę objętości mieszanki betonowej,
- k – współczynnik aktywności popiołu lotnego,
- w – objętość wody w jednostce objętości mieszanki betonowej,
- α_1 – zalecana przez EN 206-1 wartość współczynnika $k = 0{,}2$ lub 0,4,
- b_i – współczynniki.

Trzy modele: Bastiana (8), Hana (9) oraz Hwanga (10) i (11) bazują na równaniu wytrzymałości dla betonów z dodatkiem popiołów lotnych zaproponowanym przez Smitha [17], a będącym rozszerzeniem równania Bolomey'a, o składową popiołu jako dodatku. Poszczególne modele różnią się sposobem uwzględnienia aktywności popiołu jako spoiwa. I tak odpowiednio, Bastian [3] zaproponował stałą wartość współczynnika k, przyjmowaną w zależności od przydatności popiołu (do weryfikacji przyjęto wartość $k = 0{,}2$ zalecaną przez PN-EN 206-1). Han [7] pomija współczynnik k, który wyrażony jest poprzez współczynnik regresji przy zmiennej Fa/W. Natomiast Hwang [9] jako pierwszy zaproponował przyjęcie w modelu wytrzymałościowym wartości współczynnika k, zależnej od właściwości popiołu. Do weryfikacji przyjęto współczynniki k obliczone dla poszczególnych popiołów.

Weryfikacja wybranych trzech modeli (8)–(11) ma na celu porównanie jak różny sposób podejścia do aktywności popiołu wpływa na szacowanie wytrzymałości. Natomiast weryfikacja modelu Olokuna (12) i (13), opartego na zależności Abramsa, ma na celu sprawdzenie, jakie powyższa zależność ma zastosowanie w betonach z dodatkiem popiołu.

Ze względu na skomplikowaną formę bądź też uwzględnianie czynników wykraczających poza zakres przeprowadzonego programu badawczego zrezygnowano z weryfikacji modeli Atisa [1], Babu [2], Larrarda [12] i Paya [16].

Weryfikację modelu Bastiana przeprowadzono przy założeniu stałej wartości współczynnika $k = 0{,}2$ zalecanej przez PN-EN 206-1. Jest to wartość, którą autor zaleca dla popiołu o dobrym stopniu przydatności (tabl. 7–4 [3]). W wyniku estymacji nieliniowej dla poszczególnych popiołów otrzymano równania (14)–(16) obowiązujące w zakresie $w/s = 0{,}38$–$0{,}55$ i $\varphi = 0$–50 dla popiołów A i B, natomiast dla popiołu C $w/s = 0{,}45$–$0{,}55$ i $\varphi = 0$–50:

– dla popiołu A $\rightarrow$ $f_c = 29{,}32 \cdot \left(\dfrac{c + 0{,}2 \cdot fa}{w} - 0{,}3528 \right)$, $R = 0{,}985$ (14)

– dla popiołu B $\rightarrow$ $f_c = 26{,}45 \cdot \left(\dfrac{c + 0{,}2 \cdot fa}{w} - 0{,}2267 \right)$, $R = 0{,}978$ (15)

– dla popiołu C $\rightarrow$ $f_c = 23{,}07 \cdot \left(\dfrac{c + 0{,}2 \cdot fa}{w} - 0{,}043 \right)$, $R = 0{,}966$ (16)

W wyniku weryfikacji modelu Hana [7] uzyskano dla poszczególnych popiołów równania (17)–(19) obowiązujące w zakresie $w/s = 0{,}38$–$0{,}55$ i $\varphi = 0$–50 dla popiołów A i B, natomiast dla popiołu C $w/s = 0{,}45$–$0{,}55$ i $\varphi = 0$–50.

Wartości współczynników k obliczone wg wzoru (11) zgodnie z procedurą podaną przez Hwanga w [9] dla wszystkich popiołów przyjętych w programie badawczym były równe

i wynosiły $k = \alpha 1 * 0{,}95 = 0{,}2 * 0{,}95 = 0{,}19$. Jak wynika z równania (10) istotny wpływ na aktywność popiołu ma jego powierzchnia właściwa, znacząco większa od 2500 cm^2/g. W warunkach krajowej produkcji takie wielkości powierzchni właściwych posiadają jedynie popioły mielone, które nie są przedmiotem niniejszego artykułu. Zatem model Hwanga (10) dla badanych popiołów sprowadza się do postaci modelu Bastiana (8).

– dla popiołu A → $$\underset{R = 0{,}988}{f_c = 29{,}22 \cdot \frac{c}{w} + 5{,}51 \cdot \frac{fa}{w} - 9{,}97} \quad (17)$$

– dla popiołu B → $$\underset{R = 0{,}983}{f_c = 25{,}32 \cdot \frac{c}{w} + 1{,}59 \cdot \frac{fa}{w} - 1{,}90} \quad (18)$$

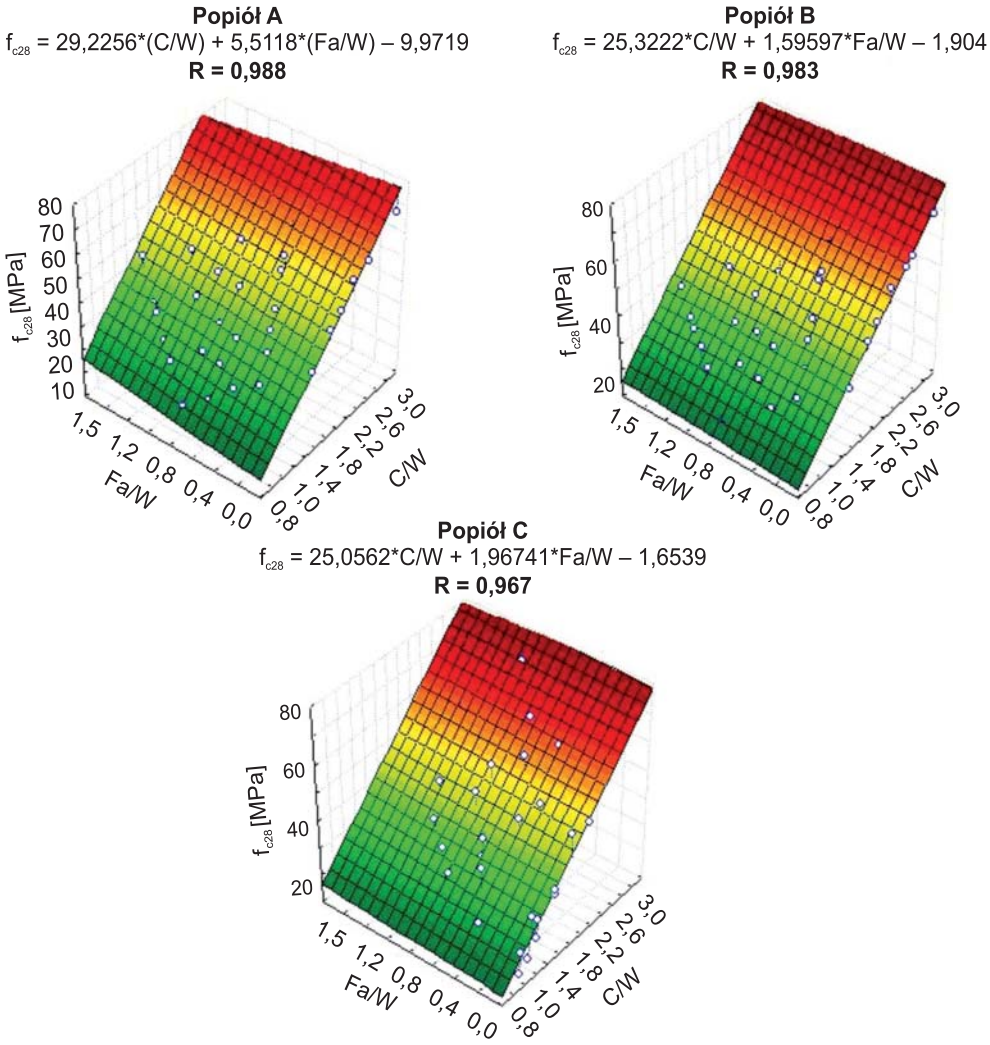
– dla popiołu C → $$\underset{R = 0{,}967}{f_c = 25{,}05 \cdot \frac{c}{w} + 1{,}96 \cdot \frac{fa}{w} - 1{,}65} \quad (19)$$

Weryfikacja modelu Olokuna (12) i (13) pozwoliła na uzyskanie równań o znacząco zmiennych wartościach współczynników regresji dla poszczególnych popiołów oraz bardzo niskich wartościach współczynników korelacji w zakresie 0,702–0,655, co świadczy o niedostosowaniu przyjętej zależności wytrzymałości dla badanych betonów z dodatkiem popiołu.

Spośród przeanalizowanych, w oparciu o wyniki badań własnych, czterech modeli (8)–(13) bardzo wysokie współczynniki korelacji uzyskano zarówno w zależności przyjętej przez Bastiana (8) jak i Hana (9). Jednakże bardziej użyteczna wydaje się być zależność Hana (9), w której aktywność poszczególnych popiołów uwzględniona jest poprzez współczynniki regresji w równaniach (17)–(19), podczas gdy pomimo przyjętej do weryfikacji modelu Bastiana (8) stałej wartości współczynnika aktywności popiołów $k = 0{,}2$ w równaniach (14)–(16) uzyskano znacznie różniące się wartości współczynników regresji, które to przy niezmiennych pozostałych składnikach betonu powinny pozostawać stałe. W ten sposób ujawnia się decydujący wpływ własności popiołu na wytrzymałość betonu.

Przy porównaniu zweryfikowanych modeli Bastiana i Hana bardziej przydatnym w projektowaniu betonów z dodatkiem popiołów okazuje się być model Hana, ponieważ nie wprowadzamy w nim przyjętej normowo stałej wartości współczynnika k, a aktywność popiołu ujawnia się we współczynnikach regresji.

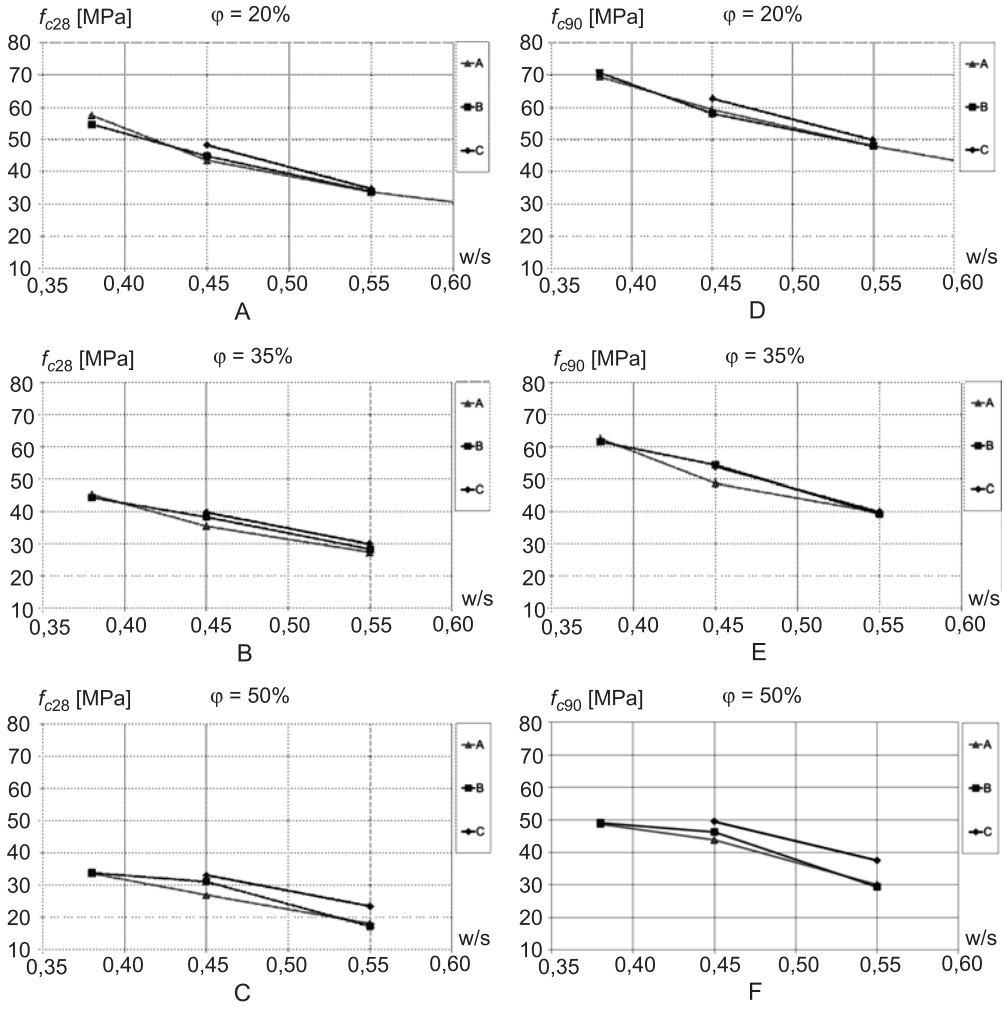
Graficzną prezentację zweryfikowanego modelu Hana (17)–(19), w którym wytrzymałość betonu z dodatkiem popiołów w sposób liniowy zależy od wskaźnika C/W i Fa/W dla popiołów A, B i C przedstawiono na rys. 8.



Rys. 8. Zweryfikowany model Hana [7] betonu z dodatkiem popiołów A, B i C

Fig. 8. Verified model of Han [7] for concretes with A, B & C fly ash addition

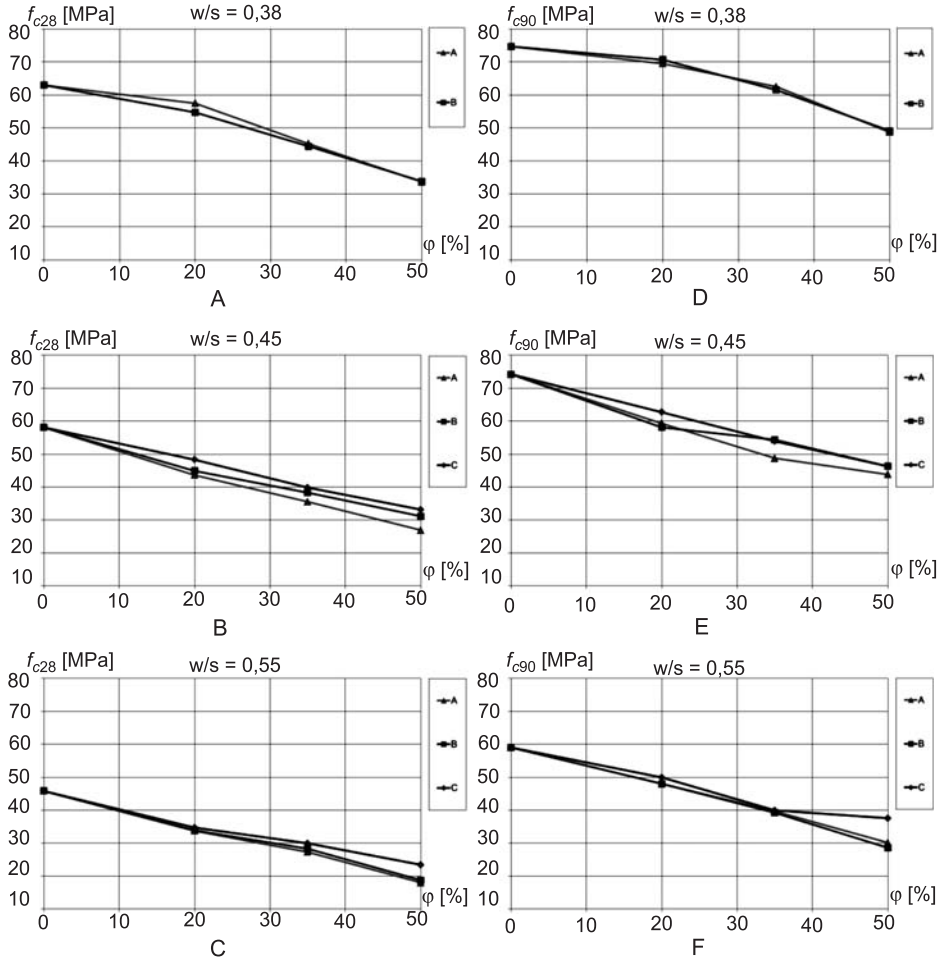
3.2. Wpływ rodzaju i zawartości popiołu



Rys. 9. Zależność 28 (A, B, C) i 90-dniowej (D, E, F) wytrzymałości betonów z dodatkiem popiołów A, B i C od *w/s* przy zmiennym φ = 20 (A, D), 35 (B, E) i 50 (C, F)%

Fig. 9. Relationship 28 (A, B, C) and 90 day (D, E, F) compressive strength of concretes with A, B & C fly ash addition and *w/s* with different φ = 20 (A, D), 35 (B, E) i 50 (C, F)%

Z zweryfikowanych na podstawie przeprowadzonego programu badawczego modeli wytrzymałościowych w pkt 3.1 oraz zaprezentowanych graficznie (rys. 6 i 7) wyników badań 28-dniowej wytrzymałości jednoznacznie wynika, iż dla poszczególnych popiołów wytrzymałość w sposób liniowy zależy od współczynnika wodno-spoiwowego.



Rys. 10. Zależność 28 (A, B, C) i 90-dniowej (D, E, F) wytrzymałości betonów z dodatkiem popiołów A, B i C od φ przy *w/s* = 0,38 (A, D), 45(B, E) i 55(C, F)

Fig. 10. Relationship 28 (A, B, C) and 90 day (D, E, F) compressive strength of concretes with A, B & C fly ash addition and φ with different *w/s* = 0,38 (A, D), 45(B, E) i 55(C, F)

Przedstawione na rys. 9 i 10 zależności 28- i 90-dniowej wytrzymałości betonów z dodatkiem popiołów A, B i C od procentu zastąpienia cementu popiołem φ wskazują również na liniową zależność zarówno 28-, jak i 90-dniowej wytrzymałości i procentu zastąpienia cementu popiołem φ. Wyjątek stanowią betony o *w/s* = 0,38, w których zaznacza się zależność logarytmiczna. Ponadto przedstawione wykresy potwierdzają przyjęte w pracy założenie, iż wielkość strat prażenia w popiele przy równocześnie zbliżonej miałkości i składzie chemicznym nie wpływa w znaczący sposób na kształtowanie wytrzymałości betonu. Na rysunku obserwuje się, iż zarówno 28-, jak i 90-dniowe wytrzymałości betonów z dodatkiem wszystkich trzech popiołów przy stałym współczynniku *w/s* i procencie zastąpienia cementu popiołem φ przyjmują bardzo zbliżone wartości.

Spadek wytrzymałości na skutek zastąpienia cementu popiołem w istotny sposób zależy od stosunku wodnego-spoiwowo i w miarę wzrostu tegoż wskaźnika spadki wytrzymałości maleją. Ilościowo spadek 28-dniowej wytrzymałości jest zbliżony do procentu zastąpienia cementu popiołem. W okresie pomiędzy 28. a 90. dniem dojrzewania obserwuje się dla betonów z dodatkiem popiołu znaczne (6–75%) przyrosty wytrzymałości, przy czym są one tym większe im większy procent zastąpienia cementu popiołem i im niższy stosunek spoiwowo-wodny. Procentowo spadek wytrzymałości po 90 dniach dojrzewania wynosi około połowy procentu zastąpienia cementu popiołem. Największe rozrzuty w wynikach wytrzymałości uzyskano dla betonów z dodatkiem popiołu C, co zapewne jest powodem dużej zmienności własności tegoż popiołu.

Na podstawie przeprowadzonego programu badań można stwierdzić, iż wytrzymałość betonu z dodatkiem przebadanych popiołów lotnych w sposób liniowy zależy od wskaźnika wodno-spoiwowego oraz procentu zastąpienia cementu popiołem, a ponadto straty prażenia przy zachowaniu niezmienności pozostałych czynników nie wpływają w istotny sposób na wartość wytrzymałości.

3.3. Model wytrzymałości betonów z dodatkiem popiołów

Z przeprowadzonej w pkt 3.1 i 3.2 analizy czynników kształtujących własności wytrzymałościowe wynika, iż wytrzymałość w sposób liniowy zależy od dwóch zmiennych parametrów przyjętych w programie badawczym tj. od współczynnika wodno-spoiwowego oraz od procentu zastąpienia cementu popiołem φ, co w sposób ogólny wyrażono równaniem

$$f_{c28} = F(W/S, \varphi) \tag{20}$$

$$f_{c28} = \left(b_{24} \cdot \frac{W}{S} + b_{25} \right) \cdot \left(b_{26} \cdot \varphi + b_{27} \right) \tag{21}$$

Przeprowadzona estymacja dla poszczególnych popiołów pozwoliła na uzyskanie bardzo silnych korelacji (R = 0,967–0,990) dla przyjętej zależności (21). Modele wytrzymałościowe dla poszczególnych popiołów z uzyskanymi w analizie statystycznej współczynnikami regresji przedstawiono w równaniach (22)–(24), natomiast graficzną ich interpretację przedstawiono na rys. 11.

Uzyskane w równaniach (22)–(24) zmienne współczynniki regresji, podobnie jak w weryfikowanych w pkt 3.1 modelach wskazują na wpływ wielkości strat prażenia na wytrzymałość na ściskanie betonu.

– dla popiołu A

$$\rightarrow \quad f_{c28} = \left(-15,71 \cdot \frac{W}{S} + 13,41 \right) \cdot \left(-9,28 \cdot \varphi + 9,02 \right) \tag{22}$$

R = 0,985

– dla popiołu B

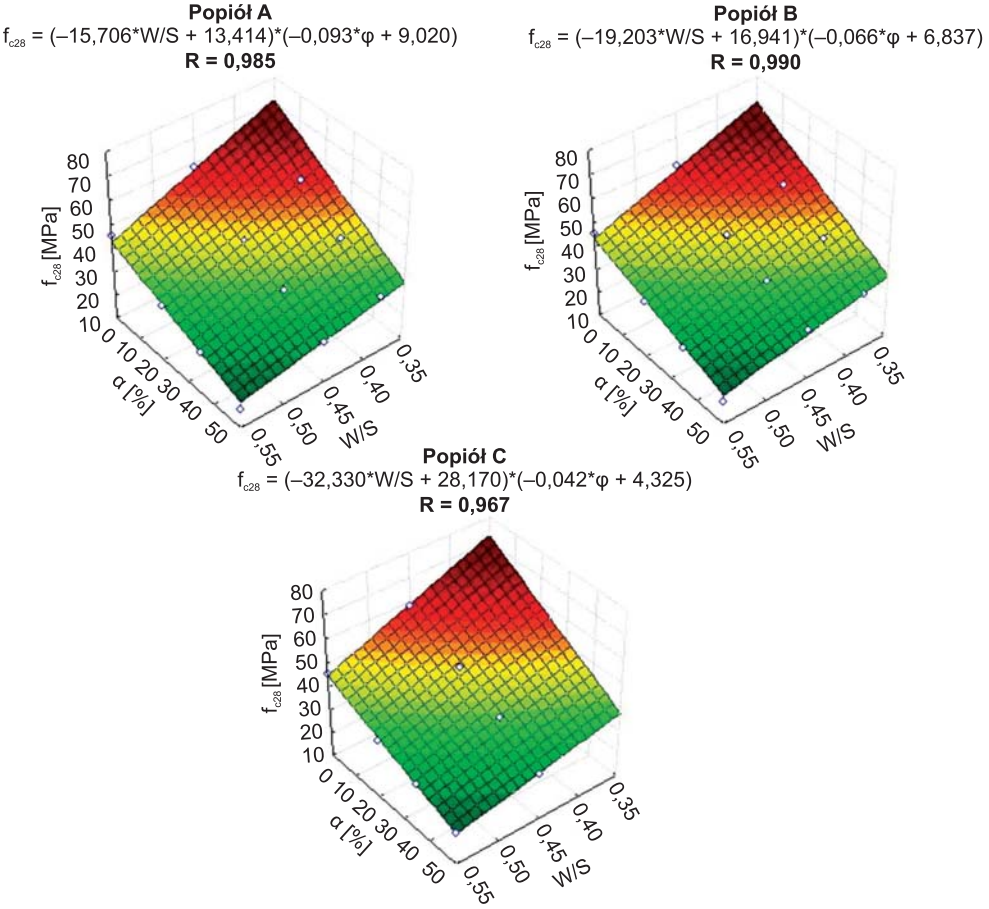
$$\rightarrow \quad f_{c28} = \left(-19,20 \cdot \frac{W}{S} + 16,94 \right) \cdot \left(-6,62 \cdot \varphi + 6,84 \right) \tag{23}$$

R = 0,990

– dla popiołu C

$$\rightarrow \quad f_{c28} = \left(-32,30 \cdot \frac{W}{S} + 28,17 \right) \cdot \left(-4,21 \cdot \varphi + 4,32 \right) \tag{24}$$

R = 0,967



Rys. 11. Model wytrzymałościowy betonu z dodatkiem popiołu lotnego odpowiednio A, B i C

Fig. 11. Model of the compressive strength for concretes with A, B and C fly ashes additions

Najwyższe współczynniki korelacji uzyskano dla betonów z dodatkiem popiołów A i B, natomiast dla popiołu C najniższe, co potwierdza największe rozrzuty w wynikach wytrzymałości wynikające z mniejszej jednorodności tychże betonów będące również efektem niskiej urabialności mieszanek betonowych.

Zaproponowane modele w przypadku popiołów A i B obowiązują dla współczynnika *w/s* w zakresie 0,38–0,55, natomiast dla popiołu C w zakresie 0,45–0,55.

4. Wnioski

Z analizy literatury wynika, iż spośród właściwości popiołów oraz warunków dojrzewania, dominujący wpływ na aktywność popiołu posiada ich miałkość oraz podwyższona temperatura dojrzewania, z którą mamy do czynienia w elementach masywnych oraz w prefabrykacji. Natomiast w krajowej produkcji popiołów najistotniejszą cechę kształtującą właściwości betonów zwykłych z ich dodatkiem stanowi wielkość strat prażenia.

Z przeprowadzonej weryfikacji modeli wytrzymałościowych betonów z dodatkiem popiołu wynika, iż najlepsze dopasowanie modelu uzyskano dla zależności przyjętych przez Bastiana (8) oraz Hana (9), jednakże współczynniki regresji, w obu zależnościach, dla poszczególnych popiołów różnią się znacząco, co świadczy o istotnym wpływie własności popiołów, a nie tylko ich zawartości na wytrzymałość betonu. Ponadto przyjęta w równaniu Bastiana (8) stała wartość współczynnika $k = 0{,}2$ zalecana przez PN-EN 206-1 pozwoliła na uzyskanie wysokich wartości współczynników korelacji ($R = 0{,}966–0{,}985$) dla poszczególnych popiołów, co świadczy o ogólnie prawidłowo przyjętej wartości współczynnika aktywności popiołu.

Zrealizowany program badań własnych oraz analiza uzyskanych wyników badań wykazała, iż zastąpienie cementu popiołem powoduje redukcję wytrzymałości betonu, zależną od wielkości współczynnika *w/s* oraz procentu zastąpienia cementu popiołem φ. Wpływ ilościowy uprzednio wyszczególnionych parametrów dla badanych popiołów opisano odpowiednimi modelami matematycznymi. Modele te uwzględniają wpływ współczynnika *w/s* oraz współczynnika φ popiołów na 28-dniową wytrzymałość (22)–(24). Przy zastosowaniu zasad postępowania, takich jak w niniejszej pracy, powyższe modele mogą stanowić podstawę do optymalizacji składu betonów.

Literatura

[1] Atis C.D., *Strength properties of high-volume fly ash roller compacted and workable concrete*, and influence of curing condition, Cement and Concrete Research, vol. 35, 2005, 1112-1121.

[2] Babu K.G., Rao G.S.N., *Efficiency of fly ash in concrete with age*, Cement and Concrete Research, vol. 26, 1996, 465-474.

[3] Bastian S., *Betony konstrukcyjne z popiołem lotnym*, Arkady, Warszawa 1980.

[4] Bocheńczyk D., Łagosz A., Sypek M., *Wpływ zmienności strat prażenia popiołów lotnych krzemionkowych na właściwości betonów*, VI Konferencja Dni Betonu, Tradycja i Nowoczesność, Wisła 2010.

[5] Carette G., Bilodeau A., Chevrier R.L., Malhotra V.M., *Mechanical properties of concrete incorporating high volumes of fly ash from sources in the U.S.*, ACI Materials Journal, No. 6, 1993, 535-544.

[6] Giergiczny Z., *Rola popiołów wapniowych i krzemionkowych w kształtowaniu właściwości współczesnych spoiw budowlanych i tworzyw cementowych*, Politechnika Krakowska, Monografia 325, Kraków 2006.

[7] Han S-H., Kim J-K., Park Y-D., *Prediction of compressive strength of fly ash concrete by new apparent activation energy function*, Cement and Concrete Research, vol. 33, 2003, 965-971.

[8] Hornain H., Miersman F., Marchand J., *Influence of Residual Carbon in Fly Ash on Microstructure and Strength development of Mortars and Concretes*, SP 132-2, Fourth International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag, and Natural Pozzolans in Concrete, Istanbul, Turkey – May 1992, 21-36.

[9] Hwang K., Noguchi T., Tomosawa F., *Prediction model of compressive strength development of fly-ash concrete*, Cement and Concrete Research, vol. 34, 2004, 2269-2276.

[10] Kaszyńska M., *Kinetyka wydzielania ciepła a zmiany wytrzymałości twardniejącego betonu z popiołem lotnym w konstrukcjach masywnych*, Praca doktorska Szczecin 1989.

[11] Kurdowski W., *Chemia cementu i betonu*, Polski Cement 2010.

[12] Larrard F., *A Model Predicting the Compressive Strength of Structural Fly Ash Concrete*, SP 153-6, Fifth International Conference on Fly Ash, Silica Fume, Slag, and Natural Pozzolans in Concrete, Milwaukee, Wisconsin 1995, 99-108.

[13] Nowak-Michta A., *Modele wytrzymałościowe betonu z dodatkiem popiołu lotnego, 20 Konferencja Naukowo-Techniczna Beton i Prefabrykacja*, Jadwisin 2006.

[14] Olokun F.A., *Fly ash concrete mix design and the water-cement ratio law*, ACI Materials Journal, No. 4, 1994, 362-371.

[15] Owsiak Z., *Hydratacja cementu z popiołem lotnym*, CWB 1/2000, 29-31.

[16] Paya J., Monzo J., Borrachero M.V., Peris-Mora E., Amahjour F., *Mechanical treatment of fly ashes. Part IV. Strength development of ground fly ash-cement mortars cured at different temperatures*, Cement and Concrete Research, Vol. 30, 2000, 543-551.

[17] Smith J.A., *Design of Fly Ash Concretes*, Proceedings, Institution of Civil Engineers (London), Vol. 36, 1967, 769-790.

[18] Tkaczewska E., *Wpływ właściwości fizykochemicznych krzemionkowych popiołów lotnych na proces hydratacji cementu*, Praca doktorska, AGH Kraków 2007.

[19] Wesche K., *Fly Ash in concrete*, Properties and Performance, E&FN SPON, RILEM 1991.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

MAREK PIEKARCZYK*

ZASTOSOWANIE POŁĄCZEŃ KLEJONYCH W KONSTRUKCJACH METALOWYCH

APPLICATION OF GLUED CONNECTIONS IN METAL STRUCTURES

Streszczenie

W artykule dokonano przeglądu współczesnych osiągnięć w zakresie wykorzystania techniki klejenia w konstrukcjach metalowych. Scharakteryzowano stosowane obecnie i dostępne na rynku kleje pod kątem ich własności mechanicznych. Podano zasady projektowania połączeń klejonych i podstawowe metody ich obliczania. Wskazano najważniejsze przykłady zastosowania takich połączeń w budownictwie metalowym.

Słowa kluczowe: konstrukcje metalowe, klejenie, połączenia

Abstract

A review of contemporary achievements in the field of advantages taken from the glueing technique in metal structures is done in the paper. Adhesives being in use at present and accessible on the market are characterized taking into account their mechanical properties. Design rules of glued connections and basic methods for their calculations are given. The most significant examples of the applications of the joints in metal building industry are shown.

Keywords: metal structures, glueing technique, connections

* Dr hab. inż. Marek Piekarczyk, prof. PK, Instytut Materiałów i Konstrukcji Budowlanych, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

W ostatnim czasie, po dłuższym okresie stagnacji, wzrasta zainteresowanie wykorzystaniem techniki klejenia w konstrukcjach metalowych w budownictwie. Wydaje się celowym przedstawienie współczesnych osiągnięć w tej dziedzinie, która rozwijana jest obecnie głównie w kilku ośrodkach naukowych w Niemczech: na Brandemburskim Uniwersytecie Technicznym w Cottbus [7, 54, 58, 61–63], Uniwersytetach Technicznych w Aachen i Kaiserslautern [7, 11], Braunschweigu [7, 8] a także w Holandii na Politechnice w Delft [8], w Polsce na Politechnice Warszawskiej [2, 45, 75, 76] i Krakowskiej [46–48] oraz w innych ośrodkach w Europie i Stanach Zjednoczonych [8, 44] przy wsparciu znanych firm przemysłu chemicznego, by wspomnieć niemieckie Kömmerling Chemische Fabrik GmbH, 3M Deutschalnd GmbH czy szwajcarską Sika Schweiz AG [7].

Klejenie uważane do niedawna za awangardową metodę zespolenia materiałów zyskuje na popularności dzięki między innymi takim spektakularnym sukcesom, jakim było podniesienie półciężarówki o masie ponad 5 ton zamocowanej do dźwigu przy pomocy dostępnego w handlu kleju Loctite Superglue firmy Henkel uznanego z tej racji za najmocniejszy klej na świecie [38].

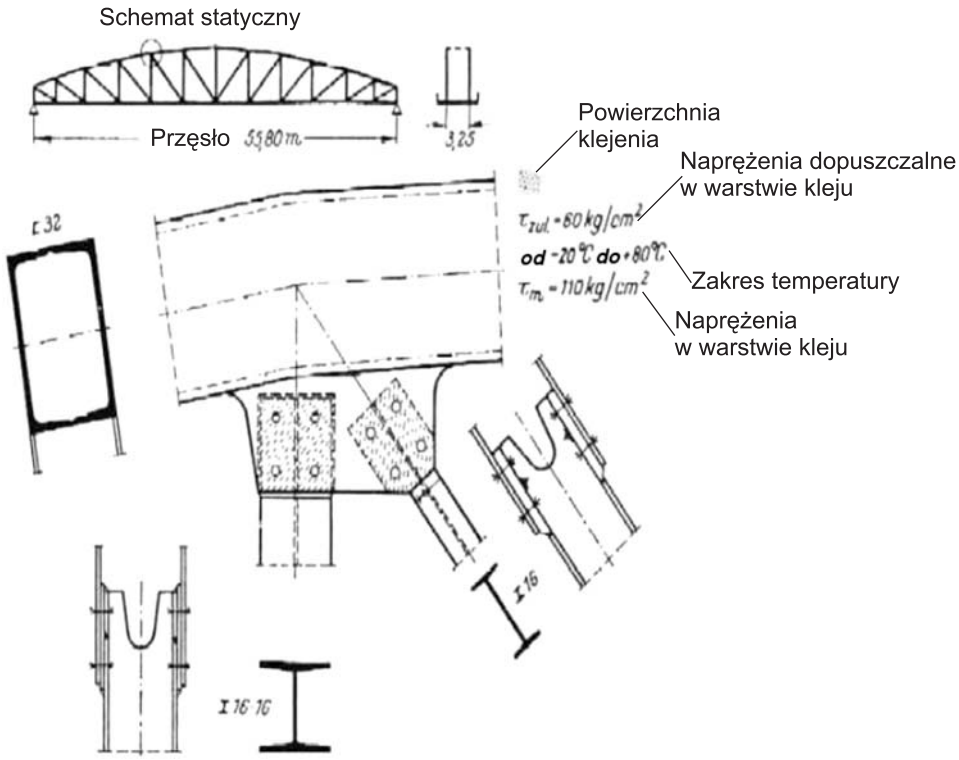
2. Rys historyczny

Pomysł zastosowania klejenia do połączeń części metalowych miał swoje początki w odpowiedniej adaptacji klejów fenolowych stosowanych początkowo do spajania drewna, a także w wyniku użycia w metalowych urządzeniach mechanicznych gumowych części wulkanizowanych. W roku 1942 zastosowano po raz pierwszy w przemyśle lotniczym (do łączenia części metalowych) modyfikowany klej fenoloformaldehydowy Redux 775 z ulepszaczem w postaci termoplastycznego proszku z metylalu poliwinylowego, który podnosi wytrzymałość kleju i jego odporność na wpływy środowiska. Klej ten stosowany jest w konstrukcji samolotów (Fokker 100) do dzisiaj [8].

Przełomem w klejeniu części metalowych stało się wszakże wprowadzenie na rynek przez szwajcarską firmę CIBA żywic epoksydowych w roku 1946, które znalazły główne zastosowanie także w przemyśle lotniczym, w szczególności po rozpowszechnieniu się techniki trawienia powierzchni łączonych przy użyciu kwasu chromowego.

Przykładem udanego zastosowania klejenia w budownictwie są, powstały w roku 1950 pierwszy „klejony" (połączenia klejone asekurowane są przez śruby na wypadek awarii kleju) most stalowy nad kanałem Lippe – Seiten koło Marl w Niemczech, użytkowany do 2001 roku bez uszkodzeń (rys. 1) i klejony most tego typu powstały także nad tym kanałem w roku 1963 [54].

Z uwagi na ogromny rozwój spawania od końca lat 1960-tych technika klejenia w budownictwie zeszła na plan dalszy i dopiero dzisiaj zyskuje na znaczeniu, w szczególności jako metoda wzmacniania istniejących konstrukcji cienkościennych [46, 48, 59, 60, 62, 63], a także jako alternatywna metoda ich zespolenia, np. [7, 11, 45, 54, 63]. Kleje stosowane są także z powodzeniem do łączenia części metalowych ze szklanymi we współczesnych obiektach architektonicznych, głównie elementów ich fasad [2, 34, 52, 61].



Rys. 1. Most w Marl-Hüls nad kanałem Lippe – Seiten (1956) ze szczegółami konstrukcyjnymi [46, 54]

Fig. 1. Bridge in Marl-Hüls over the channel Lippe – Seiten (1956) with structural details [46, 54]

W tym miejscu należy wspomnieć wkład polskiej myśli naukowo-technicznej w rozwój techniki klejenia w zakresie konstrukcji metalowych. Na uwagę zasługują pierwsze prace w tym zakresie F. Szelągowskiego [68] z wczesnych lat 60. XX wieku i próby stosowania łączenia konstrukcji stalowych z materiałami kompozytowymi, np. prace K. Rykaluka i A. Kowalskiego na Politechnice Wrocławskiej (za [51]), a dalej prace badawcze nad wytrzymałością sklein Z. Pancewicza i współpracowników z Politechniki Warszawskiej [3, 56, 57].

W roku 1963 zastosowano w Polsce klejenie w mostach do łączenia żelbetowych prefabrykatów z dźwigarami stalowymi żywicami epoksydowymi [42], a następnie do uzupełnienia zbrojenia w mostach betonowych przez zewnętrzne doklejenie płaskowników stalowych [43, 49, 67].

Techniki klejenia metali są od wielu lat przedmiotem zainteresowania Lotniczego Instytutu Techniki Lotniczej WAT, czego wyraz daje przegląd prac J. Godzimirskiego i współpracowników zestawiony tu od 1982 do 2006 [12–30]. Na szczególną uwagę zasługuje ponadto współczesna praca monograficzna M. Łagody [51], dotycząca wzmacniania mostów przez doklejanie elementów. Wykonywane w ramach tej pracy doświadczenia i wnioski z wieloletniej praktyki wykazały, że połączenia klejowo-sprężane są bardzo przydatne z ekonomicznego i technicznego punktu widzenia przy wzmacnianiu i budowie mostów stalowych. W ostatnich latach, jak to podniesiono we wstępie, prace w zakresie stosowania technik klejenia w szczególności do łączenia elementów fasad prowadzone były na Politechnice Warszawskiej pod kierunkiem W. Żółtowskiego [75–82], a także na Politechnice Krakowskiej w zakresie wzmacniania konstrukcji blachownicowych przez doklejanie elementów [46–48, 60].

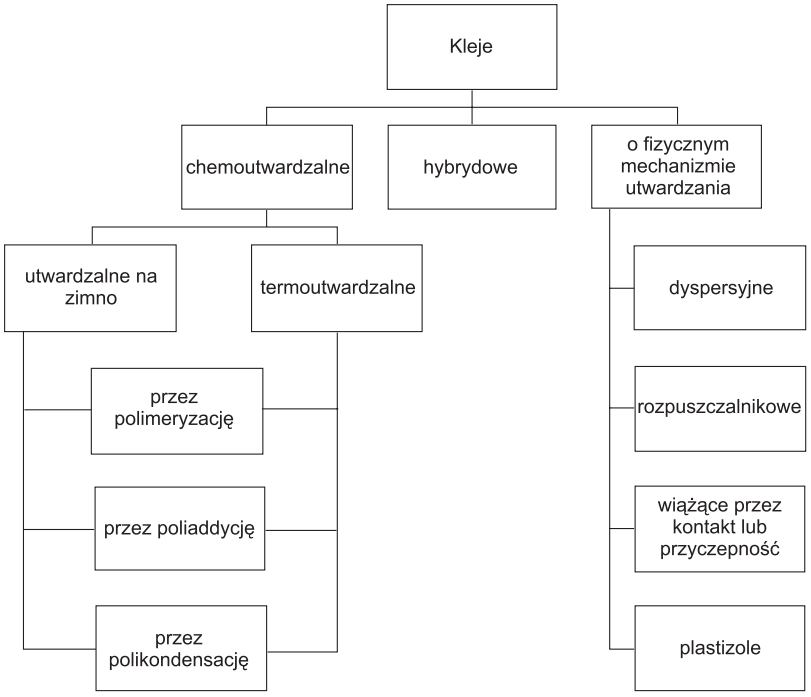
Na Politechnice Krakowskiej powstały także prace dotyczące techniki klejenia w zakresie budownictwa żelbetowego i murowego, które można tu odnotować z uwagi na ich uniwersalny charakter w odniesieniu do charakterystyk materiałowych klejów [74] i pracy skleiny [50].

3. Rodzaje klejów do konstrukcji metalowych i ich podstawowe właściwości

3.1. Klasyfikacja i typy klejów

Klasyfikacji klejów można dokonać w oparciu o różne kryteria, np. wg charakteru chemicznego składnika podstawowego (nieorganiczne, organiczne naturalne i organiczne syntetyczne), wg konsystencji (ciekłe, plastyczne, stałe) czy wg sposobu utwardzania. Dalej przedstawiono przykładową klasyfikację wg sposobu utwardzania (rys. 2), najbardziej charakterystyczną dla klejów w konstrukcjach metalowych [11].

Poza wspomnianymi już w rozdziale 2 klejami fenolowymi modyfikowanymi metylalem lub butylkiem poliwinylowym (np. Redux 775) oraz jednoskładnikowymi klejami silikonowymi utwardzanymi w temperaturze pokojowej, stosowanymi do przyłączania elementów szklanych, największe znaczenie w konstrukcjach metalowych zyskały utwardzane w drodze polimeryzacji kleje dwuskładnikowe na bazie poliestru, winylestru lub akrylu, w szczególności kleje epoksydowe i poliuretanowe, a także poliuretanowe kleje jednoskładnikowe. Przykładowe zestawienie klejów tego typu podaje tabela 1 sporządzona wg danych dostępnych w opracowaniach niemieckich [7, 54]. Kleje przedstawiono w taki sposób, aby ich układ korespondował z rys. 3 prezentującym zależność własności sprężystych klejów od ich składu chemicznego.



Rys. 2. Klasyfikacja klejów wg sposobu utwardzania

Fig. 2. Classification of adhesives by hardening system

Na rynku polskim także oferowana jest szeroka gama klejów konstrukcyjnych o wysokich parametrach wytrzymałościowych. Przykładowo w tabeli 2 podano zestawienie typów klejów do metali firmy Proxima NTR z Bełchatowa i ich podstawowe właściwości [66], zaś w tabeli 3 charakterystykę klejów oferowanych do wzmacniania konstrukcji przez firmę Megachemie (Kraków) [53].

Inni producenci obecni na polskim rynku to firmy: Emporia z Oleszna oferująca m. in. klej uniwersalny do zastosowań budowlanych Ecoll 8001 [71], firma Den Braven East Sp. z. o.o. z siedzibą k. Poznania oferująca duży wybór klejów do metali typu: Montagefix i Epofix [73], dystrybutorzy klejów Loctite Henkel dostarczający m. in. kleje Loctite Mysol (epoksydowe) do stali w 21 odmianach, stali nierdzewnej w 15 odmianach, stali ocynkowanej w 13, aluminium 19 i miedzi w 15 odmianach [72], firma Loxit z Rumii oferująca kleje do zabezpieczania gwintów, osadzania części i łączenia elementów metalowych [39], dystrybutorzy specjalistycznych klejów przemysłowych Loxeal do wielorakich zastosowań [40]. Informacja internetowa w tym zakresie jest bardzo rozbudowana i przedstawiono tu tylko niektóre dane.

Tabela 1

Kleje do metali wg [7, 54]. Właściwości

Rys. 3	Lp.	Nazwa	Producent	Typ	Moduł sprężystości podłużnej E_a [MPa]	Wytrzymałość na rozciąganie σ_{za} [MPa]	Odkształcenie ε_z przy maksymalnych naprężeniach rozciągających [%]	Wytrzymałość na ścinanie R_t [MPa]	Moduł sprężystości postaciowej G_a [MPa]	Zastosowanie	Cechy charakterystyczne
I	1	Körapox 558	Kömmerling	2-składnikowa żywica epoksydowa	2100	20,0	2,1	22	550	Połączenia metal–metal, metal–szkło, metal–ceramika	Wysoka wytrzymałość, ograniczona ciągliwość
	2	DP490 (Scotch Weld)	3M	2-składnikowy epoksydowy	1560	34,0	3,5	26	350	Połączenia metal–metal, metal–plastik	Wysoka wytrzymałość, odporność na podwyższoną temperaturę do +120°C
	3	Sika Dur 30	Sika	2-składnikowa żywica epoksydowa	1000	20,0	0,25	31	930	Połączenia stali z betonem, z płytami z włókien węglowych	Zaprawa bezrozpuszczalnikowa
II	4	Körapur 666	Kömmerling	2-składnikowy poliuretanowy	1580	14,0	2,0	11	80	Połączenia metali z drewnem, z plastikiem	Szczególnie zalecany do klejenia aluminium, odporny na wilgoć
	5	Körapur 672	Kömmerling	2-składnikowy poliuretanowy	840	12,0	12,0	7,5	40	Połączenia metali z plastikiem	Wykorzystywany w połączeniach płyt sandwichowych, odporny na wilgoć
III	6	Sika Fast 5221	Sika	2-składnikowy akrylowy	67	3,5	60,0	5,3	60	Połączenia elementów narzędziowych i aparaturowych	Szybkosprawny, sprężysty
IV	7	Körapur 140	Kömmerling	1-składnikowy polimerowy poliuretanowy	2,9	1,0	60,0	1,2	0,5	Połączenia metal–metal, metal–drewno, metal–plastik	Do zagruntowanych i polakierowanych elementów metalowych
	8	Körapop 240	Kömmerling	1-składnikowy polimerowy poliuretanowy	17,3	1,8	200,0	2,2	0,875	Połączenia metal–metal	Proponowany do umocowania fasad z blach trapezowych do ryglówki ściennej

Tabela 2

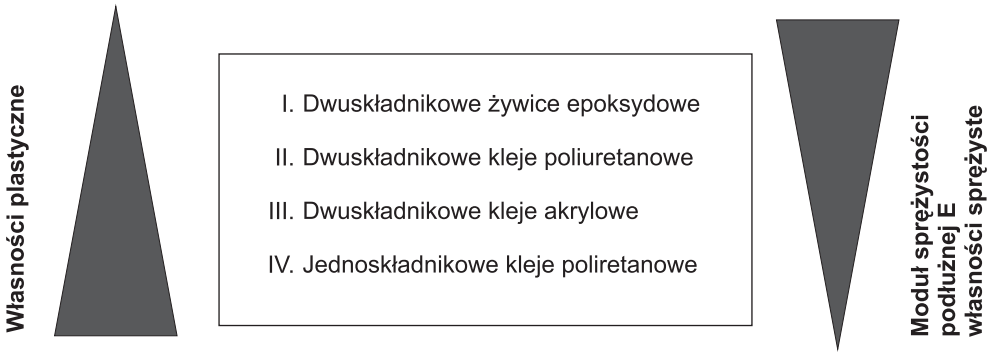
Kleje do metali firmy PROXIMA NTR [41, 66]. Właściwości

Lp.		Wytrzymałość na ścinanie R_t [MPa]	Odporność na podwyższoną temperaturę T_g [°C]	Zastosowanie	Cechy chara-kterystyczne	Nazwa handlowa
1	Anaerobowe (beztlenowe)	6–45	150–200	Do zabezpieczania połączeń gwintowanych, osadzania łożysk, tulei	Wolne od rozpuszczalników rzadkie płyny po utwardzeniu przechodzą w postać tworzywa, wodoszczelne	Monolith MH 745-3 MH 525-3 MH 995-3 i inne
2	Cyjanoakrylowe	10–30	95	Mocne połączenie stali i aluminium dla małych powierzchni	Wolne od rozpuszczalników, szybko-sprawne	Monolith CM 30-3 CM 70-3
3	Metakrylowe dwuskładnikowe	35	170	Połączenia stali, stali nierdzewnej, miedzi, aluminium	Typowe kleje stosowane w przemyśle lotniczym, samochodowym	MA
4	Epoksydowe dwuskładnikowe	15–24	250	Połączenia blach stalowych, stali ocynkowanej, aluminium, metali kolorowych, tworzyw sztucznych	Wolne od rozpuszczalników, produkowane w postaci płynnej lub pastowej	Monolith EP EP 2523-1 EP 2579-2 EP 2579-1 EP 2522-2
5	Poliuretanowe dwuskładnikowe	25	190	Połączenie stali, aluminium, miedzi, tworzyw sztucznych	Do klejenia dużych powierzchni w przemyśle samochodowym	–

Tabela 3

Kleje do wzmacniania konstrukcji firmy Megachemie [53]. Właściwości

Lp.	Nazwa kleju	Typ kleju	Wytrzymałość na rozciąganie σ_{za} [MPa]	Moduł sprężystości podłużnej E_a [GPa]	Temperatura zeszklenia [°C]	Zastosowanie	Wybrane cechy charakterystyczne
1	Neopoxe 30	Modyfikowana żywica epoksydowa dwuskładnikowa	Minimalna 30,0	11,6 ± 1,7	51	Do mocowania powierzchniowego taśm CFRP na różnych podłożach, do przyklejania płaskowników stalowych do konstrukcji żelbetowych	– Wysoka odporność na pełzanie – Wysoka odporność na działanie wilgoci – Dobra przyczepność do podłoży różnego typu
2	Neopoxe 330	Modyfikowana żywica epoksydowa dwuskładnikowa	Minimalna 30,0	4,6	Nie podano	Do mocowania i impregnacji mat z włókien węglowych na różnych podłożach w tym stalowych	– Bardzo duża przyczepność do większości podłoży – Nie wymaga gruntowania



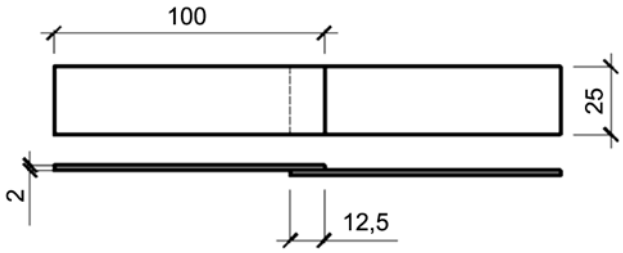
Rys. 3. Własności sprężyste i plastyczne klejów wg tabeli 1

Fig. 3. Elastic and plastic properties of adhesives according to table 1

3.2. Własności mechaniczne klejów

Projektowanie połączeń klejonych zasadza się na znajomości podstawowych cech mechanicznych kleju, a to: wytrzymałości na ścinanie R_t, wytrzymałości doraźnej na rozciąganie σ_{za}, modułu sprężystości podłużnej E_a i postaciowej G_a (por. tab. 1).

Wytrzymałość na ścinanie R_t oznacza się na ogół na próbkach składających się z dwóch płytek metalowych sklejonych na zakładkę jak na rys. 4 [46] i rozciąganych w maszynie wytrzymałościowej przy stałej prędkości aż do całkowitego ścięcia spoiny klejonej (rys. 5). Jest to próba opisana w normie PN-69/C-893000 [64].



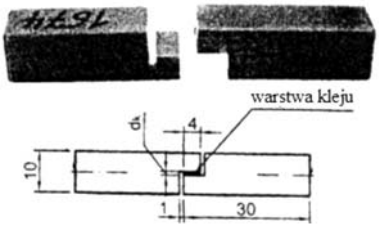
Rys. 4. Geometria próbki do badań wytrzymałości kleju na ścinanie [46]

Fig. 4. Geometry of a specimen in shear strength tests of an adhesive [46]

Rys. 5. Próbka do badań wytrzymałości kleju na ścinanie po zerwaniu [46]

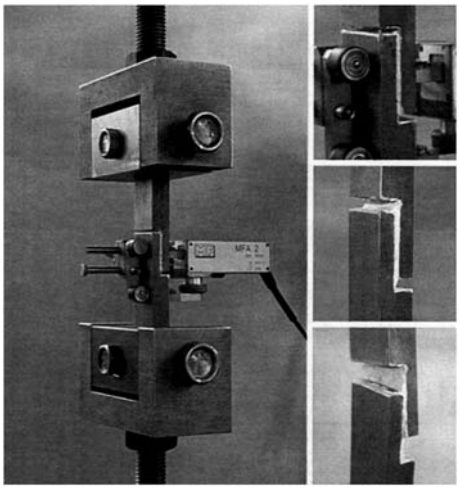
Fig. 5. Specimen in shear strength test of an adhesive after failure [46]

Polska norma [64] nie podaje sposobu określania zależności naprężenia stycznego τ od odkształcenia kątowego γ (poślizgu tan γ) i modułu sprężystości postaciowej G_a. Do tego celu można posłużyć się normami niemieckimi, np. DIN EN ISO/DIS 11003-2 [10]. Próbki złożone z dwóch płaskowników połączonych cienką warstwą kleju, jak przykładowo na rys. 6 [46], umieszcza się w maszynie wytrzymałościowej i obciąża aż do zniszczenia (rys. 7 [54]).



Rys. 6. Kształt próbek do testów ścinania [46]

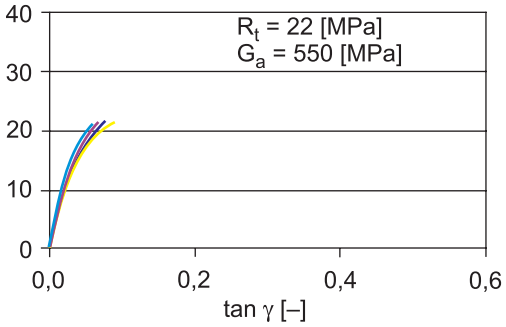
Fig. 6. Shape of specimens in shear tests [46]



Rys. 7. Testy ścinania próbki w maszynie wytrzymałościowej [54]

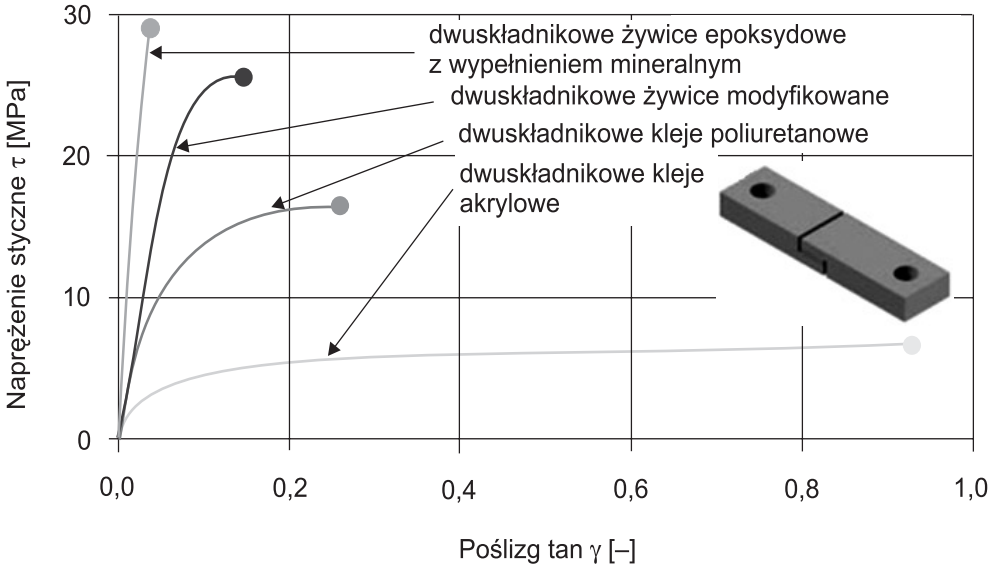
Fig. 7. Shear test of a specimen in the testing machine [54]

Na rys. 8 przedstawiono przykładowe wyniki badań zależności τ – tan γ dla kleju Körapox 558 (poz. 1 w tabeli 1) [62], zaś na rys. 9 porównanie ścieżek τ – tan γ dla różnych rodzajów klejów [11] pokazujące ich różne własności sprężysto-plastyczne.



Rys. 8. Zależność naprężenia stycznego τ i poślizgu tan γ dla kleju Körapox 558 [62]

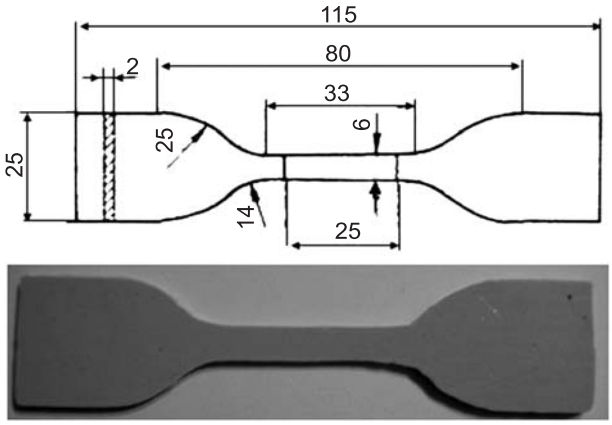
Fig. 8. Relationship between shear stress τ and slip tan γ for the glue Körapox 558 [62]



Rys. 9. Porównanie ścieżek równowagi obciążenie ścinające – poślizg dla różnych klejów [11]

Fig. 9. Comparison of different elastic – plastic load – deformation behaviour [11]

Wytrzymałość przy rozciąganiu można określić w oparciu o polską normę PN-81/C-89034 [65] lub np. normę niemiecką DIN EN 26922 [9]. W pracy [46] wykonano testy wytrzymałościowe na próbkach WG [65] pokazanych na rys. 10 i 11, zaś w pracy [54] na próbkach wg [9] pokazanych na rys. 12.

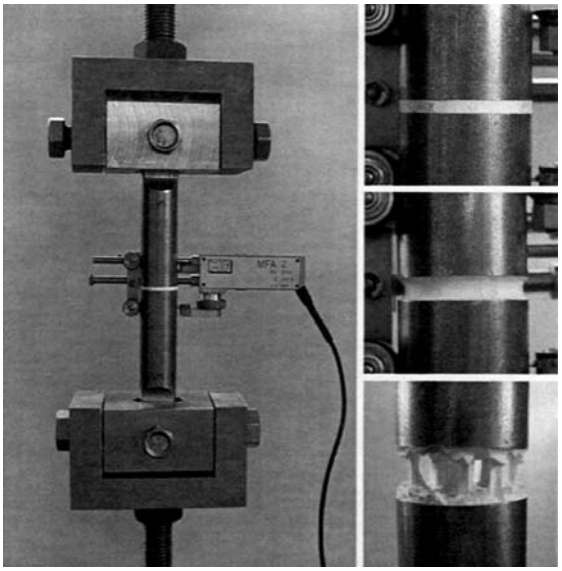


Rys. 10. Próbka do badań wytrzymałości kleju przy statycznym rozciąganiu [46]

Fig. 10. Specimen of an adhesive in tensile test [46]

Rys. 11. Próba rozciągania. Zerwanie próbki kleju [46]

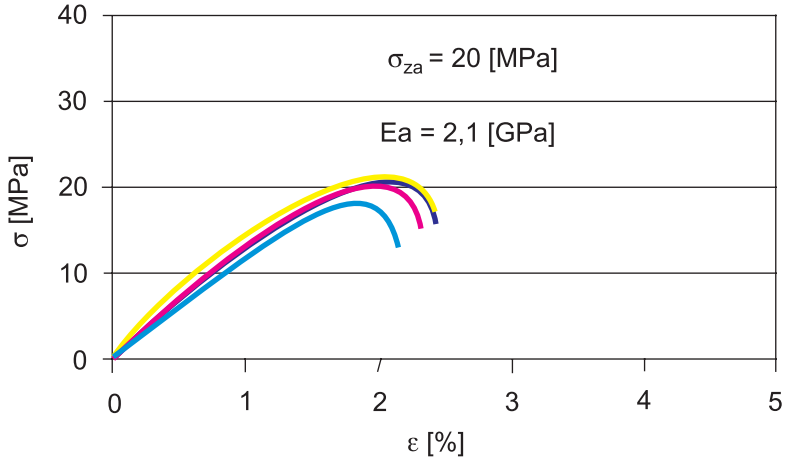
Fig. 11. Tensile test. Failure of a specimen [46]



Rys. 12. Testy próbki kleju na rozciąganie [54]

Fig. 12. Tensile test for an adhesive specimen [54]

Na rys. 13 przedstawiono przykładowe wyniki badań zależności naprężenie normalne σ – odkształcenie liniowe ε dla kleju Körapox 558 (poz. 1 w tabeli 1) [62].

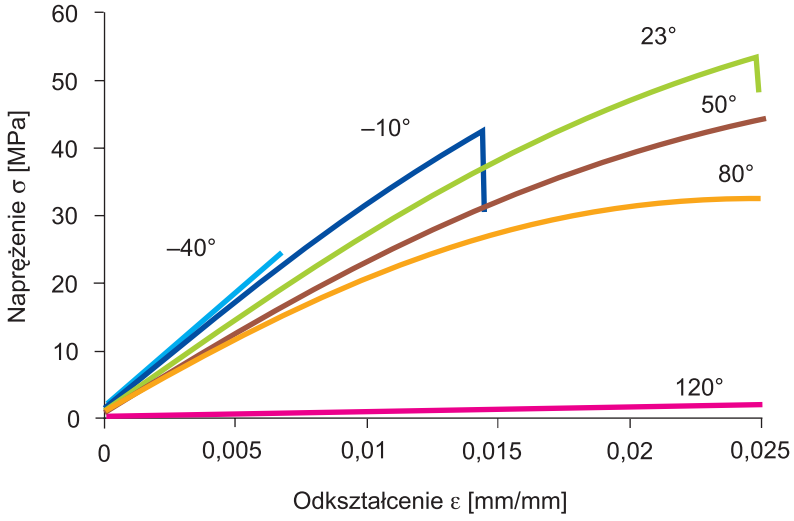


Rys. 13. Zależność naprężenie σ – odkształcenie ε dla kleju Körapox 558 [62]

Fig. 13. Relationship between normal stress σ and strain ε for the glue Körapox 558 [62]

3.3. Zależność własności mechanicznych od temperatury

Własności mechaniczne polimerów są ściśle zależne od temperatury i ulegają degradacji w podwyższonej temperaturze, jak to przykładowo pokazuje rys. 14 [11] dla dwuskładnikowej żywicy epoksydowej.



Rys. 14. Zmiana zależności naprężenie–odkształcenie przy zmianie temperatury dla dwuskładnikowej żywicy epoksydowej [11]

Fig. 14. Change of the stress strain behaviour in dependence on the testing temperature [11]

Ważnym parametrem w ocenie przydatności klejów do pracy w podwyższonej temperaturze jest tzw. temperatura zeszklenia (T_g), w której żywica zaczyna mięknąć i jej własności mechaniczne ulegają degradacji. W tabeli 4 podano zakresy typowych temperatur zeszklenia dla różnych klejów konstrukcyjnych [8].

Producenci stale podnoszą parametry pracy klejów (T_g) w zwiększonej temperaturze (por. tab. 2).

Tabela 4

Temperatury zeszklenia dla klejów konstrukcyjnych [8]

Lp.	Typy kleju	Temperatura zeszklenia T_g [°C]
1	Poliuretanowe	< 80
2	Akrylowe	< 80
3	Epoksydowe 2-składnikowe ulepszane	60–80
4	Epoksydowe 1-składnikowe nitrylowe	90–120
5	Epoksydowe 1-składnikowe modyfikowane	100–150
6	Epoksydowe fenolowe	150–200
7	BMI (bismaleimidowe)	200–300
8	Cyjano-estry	250–300
9	Poliamidy	280–330

4. Zasady stosowania połączeń klejonych

4.1. Dobór kleju

Doboru kleju dokonuje się, uwzględniając następujące czynniki:

- rodzaj powierzchni łączonych (np. ocynowana lub nieocynkowana),
- narażenie złącza na korozję, w szczególności wilgoć, zasolenie,
- praca złącza w obniżonej lub podwyższonej temperaturze (poniżej –30°C i powyżej 90°C),
- łatwość układania złączy,
- koszty (w szczególności w porównaniu ze spawaniem),
- własności mechaniczne, skurcz, pełzanie, odporność na starzenie się [3] na ogół wg wskazań producenta (por. tabele 1, 2, 3 – zastosowanie).

4.2. Technologia wykonywania złączy klejonych

Technologia wykonywania złączy klejonych obejmuje [37]:
- przygotowanie powierzchni,
- przygotowanie kleju,
- ewentualne gruntowanie powierzchni sklejanych,
- nanoszenie kleju,
- ewentualne wstępne suszenie kleju,
- scalanie z zastosowaniem odpowiedniego nacisku,
- utwardzanie kleju i kondycjonowanie skleiny,
- wykończanie połączenia, ewentualne powlekanie tzw. primerami [3],
- kontrolę połączenia.

Wymagania w tym zakresie ustala za ogół producent kleju, np. [7, 66]. Szczególne znaczenie dla wytrzymałości i odporności skleiny ma przygotowanie powierzchni materiału klejonego.

W tabeli 5 podano przegląd stosowanych w tym celu metod dla stopów aluminium [8].

W przypadku stali konstrukcyjnej dobre rezultaty w zakresie przygotowania powierzchni do klejenia otrzymuje się, wykorzystując ścieranie lub szorstkowanie, np. techniką strumieniowo-cierną z oczyszczaniem strumieniem suchego powietrza. Cienkie elementy można trawić kwasami azotowo-fosforowymi.

Tabela 5

Metody przygotowania powierzchni klejonych dla stopów aluminium [8]

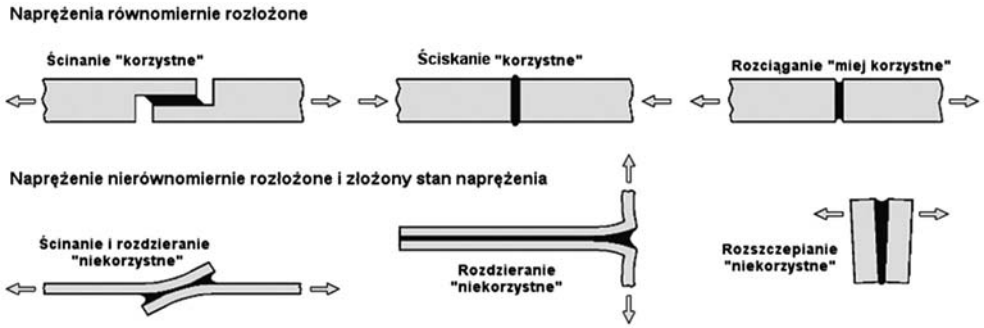
Kategoria	Sposób przygotowania powierzchni
Chemiczna lub elektrochemiczna	Odtłuszczanie Trawienie (CSA, FPL)[1)] Anodowanie (PAA, CAA/PSA)[2)] Powlekanie konwersyjne (chromianami, tytanianami, tlenkami cyrkonu)
Mechaniczna	Szlifowanie, czyszczenie, szczotkowanie, oczyszczanie strumieniowo – cierne przy użyciu korundu (usuwanie tlenku aluminium)
Zastosowanie promotorów przyczepności	Użycie silanów (krzemometanów), zol-żelów, primerów

[1)] CSA – kwas chromowy i siarkowy, FPL – Forest Products Laboratory (nazwa własna procesu trawienia),
[2)] PAA – anodowanie kwasem fosforowym, CAA – anodowanie kwasem chromowym, PSA – anodowanie kwasem fosforowo-siarkowym

Stale trudnordzewiejące lub nierdzewne (zazwyczaj chromowe) wymagają wykorzystania procesów chemicznych lub elektrochemicznych z użyciem wytrawiaczy kwasowych i mechanicznego usuwania warstwy wytrawionej. Tytan i jego stopy używane w przemyśle lotniczym poddawane są zazwyczaj wstępnemu ścieraniu mechanicznemu, ale stosowane są także pozostałe techniki przygotowania powierzchni ujęte w tab. 5 jak dla aluminium. Ostatnim osiągnięciem w tej dziedzinie jest użycie tzw. zol-żelów (koncern Boeing). Oczyszczone mechanicznie powierzchnie zapuszcza się zolem, który jest mieszaniną silanu (krzemometanu) glicydoksalowego i alkoksydu cyrkonu. Na powierzchni metalu tworzy się cienka warstwa chemicznie z nim związana, która jest jednocześnie aktywną w łączeniu się z epoksydowym primerem. Zol-żel dostępny na rynku to AC – 130 firmy AC TECH [8].

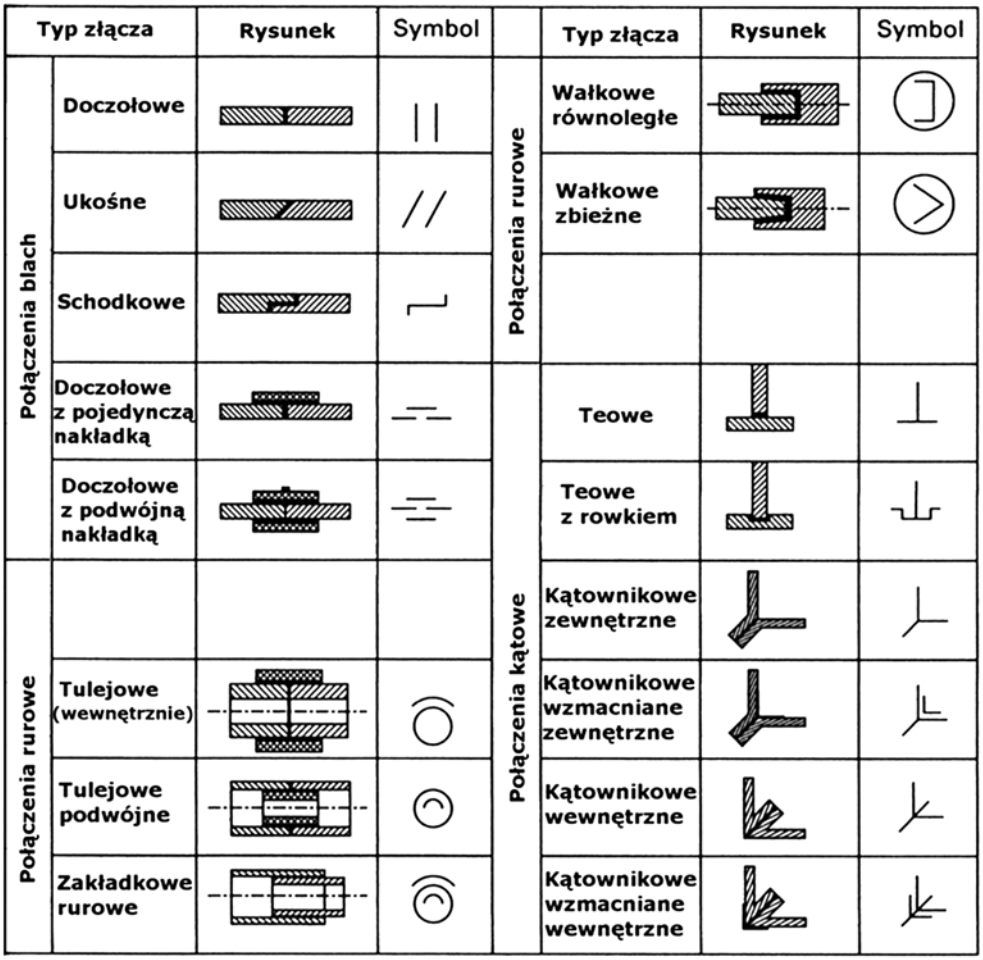
4.3. Zasady ogólne projektowania połączeń klejonych

W projektowaniu konstrukcji klejonych należy:
- zagwarantować wystarczającą powierzchnię klejoną dla przeniesienia obciążeń,
- unikać obciążeń rozdzierających i rozszczepiających (por. rys. 15),
- zastępować naprężenia rozciągające przez ściskające (por. rys. 15),
- unikać koncentracji naprężeń w skleinie przez ich odpowiednie kształtowanie (por. rys. 16).



Rys. 15. Korzystne i niekorzystne obciążenia sklein [54]

Fig. 15. Advantageous and disadvantageous loading on adhesive joints [54]



Rys. 16. Dobór właściwego połączenia i techniki klejenia [8]

Fig. 16. Chioce of appropriate connections and glueing technique [8]

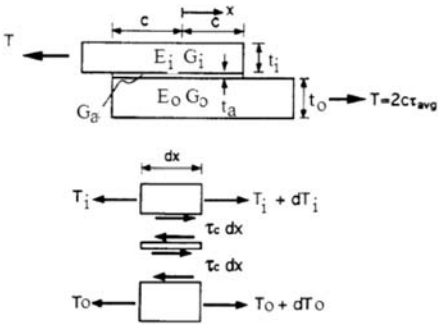
5. Metody obliczeń połączeń klejonych

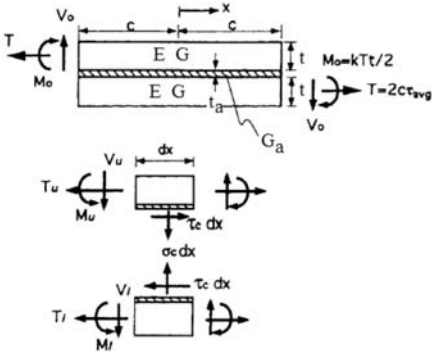
5.1. Metody analityczne

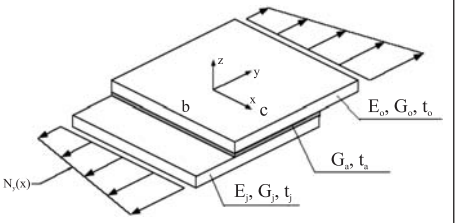
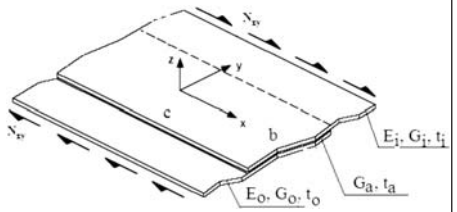
Zamknięte rozwiązania analityczne otrzymano dla określonych przypadków geometrii i obciążenia połączeń przy wielu założeniach upraszczających. Tabela 6 przedstawia podstawowe metody analityczne obliczania klejonych połączeń zakładkowych.

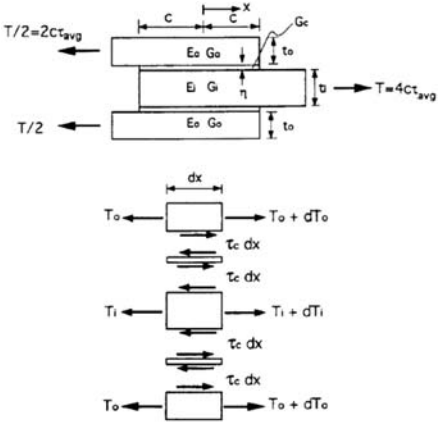
Tabela 6

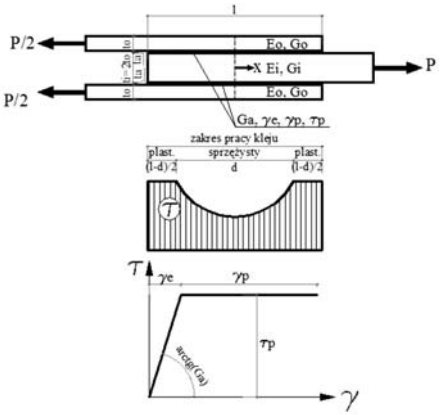
Metody analityczne obliczeń klejonych połączeń zakładkowych. Podstawowe zależności

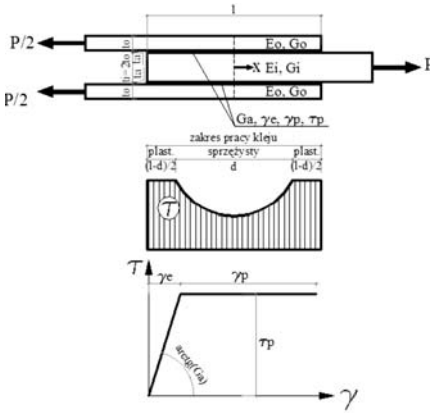
Lp.	Rodzaj połączenia i autor rozwiązania	Rysunek	Podstawowe założenia	Podstawowe związki
1	2	3	4	5
1	Połączenie jednozakładkowe Volkeresen [70], Oplinger i inni [69]	 Naprężenia w połączeniu jednozakładowym	– spoina klejowa i elementy klejone zachowują się jak ciała liniowo-sprężyste, – elementy klejone we wszystkich przekrojach podlegają równomiernemu rozciąganiu, – mimośrodowość działania obciążenia, powodująca zginanie elementów łączonych, nie ma wpływu na rozkład naprężeń stycznych w spoinie klejowej, – uwzględnia się odkształcenia postaciowe elementów klejonych	$\tau_c(x) = A\sin h(\beta x) + B\cos h(\beta x)$, $A = \frac{\beta c \tau_{avg}}{\cos h(\beta c)} \cdot \left[\frac{1 - \frac{E_0 t_0}{E_i t_i}}{1 + \frac{E_0 t_0}{E_i t_i}} \right]$, $B = \frac{\beta c \tau_{avg}}{\cos h(\beta c)}$, $\beta^2 = \frac{\frac{G_a}{t_a}\left(\frac{1}{E_i t_i} + \frac{1}{E_0 t_0}\right)}{\left[1 + \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{t_i}{3G_i} + \frac{t_0}{3G_0}\right)\right]}$, $\lambda^2 = \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{1}{E_i t_i} + \frac{1}{E_0 t_0}\right)$, $\alpha^2 = \frac{1}{\left[1 + \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{t_i}{3G_i} + \frac{t_0}{3G_0}\right)\right]}$, gdzie: E_0, E_i, G_0, G_i, t_0, t_i – moduły sprężystości podłużnej, poprzecznej i grubości elementów łączonych, G_a, t_a – moduł sprężystości poprzecznej i grubość warstwy kleju, 2c – długość połączenia klejonego, $\tau_{avg} = T/2c$ – średnie naprężenia styczne w warstwie kleju, T – siła rozciągająca połączenie.

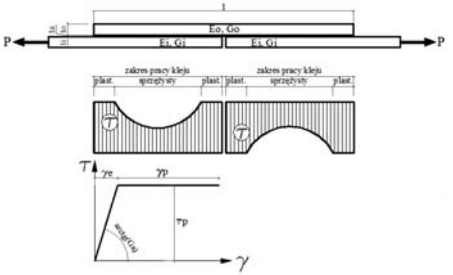
2	Połączenie jednozakładkowe z uwzględnieniem zginania Goland i Reissner [31], Oplinger i inni [69]	 Naprężenia w zrównoważonym połączeniu zakładkowym	– uwzględnienie naprężeń od zginania elementów klejonych wywołanych mimośrodowością obciążenia złącza zakładkowego, – uwzględnienie odkształceń postaciowych elementów klejonych	$\tau_c(x)=\frac{\tau_{avg}}{4}\left[\frac{\beta c}{t}(1+3k)\frac{\cosh\left(\frac{\beta c x}{tc}\right)}{\sinh\left(\frac{\beta c}{t}\right)}+3(1-k)\right],$ $k=\frac{2M_0}{Tt},\quad \beta^2=\frac{8tG_a}{Et_a}\left(\frac{1}{1+\frac{2G_a t}{3t_a G}}\right),$ $\beta=\alpha^2\lambda^2,\quad \lambda^2=\frac{8tG_a}{Et_a},\quad \alpha^2=\frac{1}{1+\frac{2G_a t}{3t_a G}},$ gdzie: E, G, t – moduły sprężystości podłużnej, poprzecznej i grubości elementów łączonych, G_a, t_a – moduł sprężystości poprzecznej i grubość warstwy kleju, 2c – długość połączenia klejonego, $\tau_{avg}=T/2c$ – średnie naprężenia styczne w warstwie kleju, T – siła rozciągające połączenie. $\sigma_a(x)=$ $\frac{Tt^2}{c^2R_3}\left[\left(R_2\lambda^2\frac{K}{2}+\lambda K\cosh\lambda\cos\lambda\right)\cosh\frac{\lambda x}{c}\cos\frac{\lambda x}{c}+\left(R_1\lambda^2\frac{K}{2}+\lambda K\sinh\lambda\sin\lambda\right)\sinh\frac{\lambda x}{c}\sin\frac{\lambda x}{c}\right],$ $\lambda=\gamma\frac{c}{t},\quad \gamma^4=6\frac{E_a}{E}\frac{t}{t_a},\quad K=K\frac{c}{t}\left[3(1-\nu^2)\frac{T}{E}\right]^2,$ $K=\frac{1}{1+2\sqrt{2}\,\mathrm{tg}h\left(\frac{c}{t}\sqrt{\frac{3T}{2E}(1-\nu^2)}\right)},$ $R_1=\cosh\lambda\sin\lambda+\sinh\lambda\cos\lambda,$ $R_2=\sinh\lambda\cos\lambda+\cosh\lambda\sin\lambda,\quad R_3=\frac{\sinh 2\lambda+\sin 2\lambda}{2},$ gdzie: E, G, ν, t – moduły sprężystości podłużnej, poprzecznej, współczynnik Poissona i grubość elementów łączonych, E_a, t_a – moduł sprężystości podłużnej i grubość warstwy kleju, 2c – długość połączenia klejonego, $\tau_{avg}=T/2c$ – średnie naprężenia styczne w warstwie kleju, T – siła rozciągająca połączenie.

3	Połączenie jednozakładkowe obciążone mimośrodowo wzdłuż szerokości (ze zmienną siłą rozciągającą), Kim i Kedward [44]	 Połączenie zakładkowe ze zmienną siłą rozciągającą	– założenia jak w poz. 2 ale ze zmienną liniowo siłą rozciągającą	$\tau_{yz}^{a}(x) = t_0\lambda_0\left[\frac{\sin h(\lambda_0 y)}{\cos h(\lambda_0 c)}\left(\frac{N_y(x)}{2t_0} - \frac{D_0}{\lambda_0^2}\right) + \frac{\cos h(\lambda_0 y)}{\sin h(\lambda_0 c)}\frac{N_y(x)}{2t_0}\right]$, $\lambda = \sqrt{\frac{G_a}{t_a}\left(\frac{1}{E_o t_0} + \frac{1}{E_i t_i}\right)}$, $D_0(x) = \frac{G_a}{t_a}\frac{N_y(x)}{E_i t_i t_0}$, $N_y(x) = \sigma_y^0(x) t_0$, gdzie: E_0, E_i, t_0, t_i – moduły sprężystości podłużnej i grubości elementów łączonych, G_a, t_a – moduł sprężystości poprzecznej i grubość warstwy kleju, b, c – szerokość i długość połączenia klejonego, $N_y(x)$ – siła normalna, τ_{yz}^{a} – naprężenia styczne w warstwie kleju.
4	Połączenie jednozakładkowe obciążone stycznie równolegle do szerokości, Hart – Smith [35], Kim i Kedward [44]	 Połączenie zakładkowe o długości większej od szerokości	– obciążenie styczne równoległe do szerokości złącza – długość połączenia większa od szerokości – zmienne wartości siły stycznej	$\tau_{xza}(y) = t_0\lambda(A_0 \sin h\lambda y + B_0 \cos h\lambda y)$, $A_0 = \frac{1}{\cos h\lambda c}\left(\frac{N_{xy}}{2t_0} - \frac{C_0}{\lambda^2}\right)$, $B_0 = \frac{N_{xy}}{2t_0 \sin h\lambda c}$, $\lambda = \sqrt{\frac{G_a}{t_a}\left(\frac{1}{G_0 t_0} + \frac{1}{G_i t_i}\right)}$, $C_0 = \frac{G_a N_{xy}}{G_i t_a t_i t_0}$, $N_{xy} = \tau_{xy}^{i} t_i + \tau_{xy}^{0} t_0$, gdzie: G_0, G_i, t_0, t_i – moduły sprężystości poprzecznej i grubości elementów łączonych, G_a, t_a – moduł sprężystości poprzecznej i grubość warstwy kleju, b, c – szerokość i długość połączenia klejonego, N_{xy} – siła styczna, τ_{xy}^{i}, τ_{xy}^{0} – naprężenia styczne w łączonym elemencie zewnętrznym i wewnętrznym, τ_{xza} – naprężenia w warstwie kleju.

5	Połączenie dwuzakładowe, wg. de Brugne [5], Oplinger i inni [69]	 Rozkład naprężeń w połączeniu dwuzakładkowym	– spoina klejowa i elementy klejone zachowują się jak ciała liniowo sprężyste, – elementy klejone we wszystkich przekrojach podlegają równomiernemu rozciąganiu, – mimośrodowość działania obciążenia, powodująca zginanie elementów łączonych, nie ma wpływu na rozkład naprężeń stycznych w spoinie klejowej, – uwzględnia się odkształcenia postaciowe elementów klejonych	$\tau_c(x) = A\sin h(\beta x) + B\cos h(\beta x),$ $A = \frac{\beta c\tau_{avg}}{\cos h(\beta c)}\left[\frac{1-\frac{E_i t_i}{2E_0 t_0}}{1+\frac{E_i t_i}{2E_0 t_0}}\right], \quad B = \frac{\beta c\tau_{avg}}{\sin h(\beta c)},$ $\beta^2 = \frac{\frac{G_a}{t_a}\left(\frac{2}{E_i t_i}+\frac{1}{E_0 t_0}\right)}{\left[1+\frac{G_a}{t_a}\left(\frac{t_i}{6G_i}+\frac{t_0}{3G_0}\right)\right]},$ $\beta = \alpha^2\lambda^2,$ $\lambda^2 = \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{2}{E_i t_i}+\frac{1}{E_0 t_0}\right),$ $\alpha^2 = \frac{1}{\left[1+\frac{G_a}{t_a}\left(\frac{t_i}{6G_i}+\frac{t_0}{3G_0}\right)\right]},$ gdzie: E_0, E_i, G_0, G_i, t_0, t_i – moduły sprężystości podłużnej, poprzecznej i grubości elementów łączonych, G_a, t_a – moduł sprężystości podłużnej i grubość warstwy kleju, 2c – długość połączenia klejonego, $\tau_{avg} = T/4c$ – średnie naprężenia styczne w warstwie kleju, T – siła rozciągająca połączenie

6	Połączenie dwuzakładkowe w zakresie sprężysto-plastycznym pracy kleju, wg. Hart – Smith [36]	 Klejone połączenie dwuzakładkowe w analizie sprężysto-plastycznej	– klej pracuje w zakresie sprężysto-plastycznym, – pozostałe założenia jak w poz. 5	Równanie różniczkowe rządzące zagadnieniem: $\frac{d^2\gamma}{dx^2} - \frac{1}{t_a}\left(\frac{1}{E_0 t_0} + \frac{2}{E t_i}\right)\tau = 0, \quad \gamma = \frac{\tau}{G_a}, \quad \frac{d^2\tau}{dx^2} - \beta^2\tau = 0,$ $\tau_c(x) = A\sin h(\beta x) + B\cos h(\beta x), \quad \beta = \frac{2\tau_p}{E_0 t_0 t_a \gamma_e},$ gdzie: A, B – stałe jak dla rozwiązania de Brugne'a, E_0, E_i, G_0, G_i, t_0, t_i – moduł sprężystości poprzecznej i grubość warstwy kleju, γ_e, γ_p, τ_p – odpowiednio odkształcenia kątowe kleju w zakresie sprężystym i plastycznym oraz plastyczne naprężenia styczne kleju. Zakres plastyczny (długość (l-d)/2): $\gamma = A\left(\frac{\beta^2}{2G_a}\right)\tau_p\xi^2 + C\xi + F, \quad F = \gamma_e = \frac{\gamma_p}{G_a},$ $A = \frac{\tau_p}{\cos h\left(\frac{\beta d}{2}\right)}, \quad C = \left(\frac{\beta\tau_p}{G_a}\right)\tan h\left(\frac{\beta d}{2}\right),$ $\tau_c(x) = \tau_p\sqrt{1 + 2\frac{\gamma_p}{\gamma_e}},$ Zakres strefy plastycznej dla połączeń od długości $\tanh(\beta d/2) \to 1$: $\beta\left(\frac{1-d}{2}\right) \cong \left(\sqrt{1 + 2\frac{\gamma_p}{\gamma_e}} - 1\right),$ gdzie: E_0, E_i, G_0, G_i, t_0, t_i – moduły sprężystości podłużnej, poprzecznej i grubości elementów łączonych, G_a, t_a – moduł sprężystości poprzecznej i grubość warstwy kleju, γ_e, γ_p, τ_p – odpowiednio odkształcenia kątowe kleju w zakresie sprężystym i plastycznym oraz plastyczne naprężenia styczne kleju, dx=dξ.

6a	Połączenia dwuzakładkowe w zakresie sprężysto-plastycznym pracy kleju z uwzględnieniem własności termicznych kleju		– w analizie rozkładu naprężeń stycznych w połączeniu klejonym uwzględnia się zróżnicowane własności termiczne (współczynnik rozszerzalności temperaturowej)	$\tau_c(x) = A\sin h(\beta x) + B\cos h(\beta x),$ $A = \frac{\beta c \tau_{\sigma g}}{\cos h(\beta c)}\left[\frac{1-\frac{E_i t_i}{2E_0 t_0}}{1+\frac{E_i t_i}{2E_0 t_0}}\right] + \frac{(\alpha_i - \alpha_0)\Delta T \beta}{\left(\frac{1}{E_0 t_0}+\frac{2}{E_i t_i}\right)\cos h(\beta c)},$ $B = \frac{\beta c \tau_{\sigma g}}{\sin h(\beta c)},\ \beta^2 = \frac{G_a}{t_a}\left(\frac{2}{E_i t_i}+\frac{1}{E_0 t_0}\right),$ gdzie: E_0, E_i, G_0, G_i, t_0, t_i – moduły sprężystości podłużnej, poprzecznej i grubości elementów łączonych, G_a, t_a – moduł sprężystości poprzecznej i grubość warstwy kleju, α_i, α_0 – współczynniki rozszerzalności termicznej elementów łączonych, ΔT – różnica temperatury.

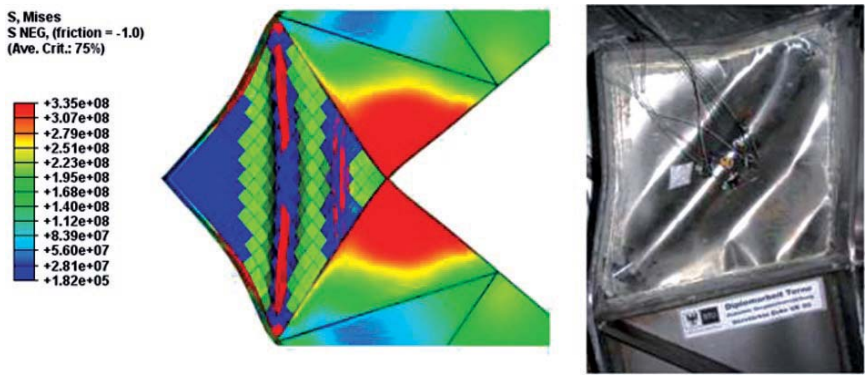
7	Połączenie zakładkowe wyznaczenie nośności, wg. Davis, Bond [4], Oplinger [69]	 Połączenie jednonakładowe – rozkład naprężeń stycznych τ w warstwie kleju.	– pomija się naprężenia normalne i termiczne, – wyznacza się nośność połączenia	Nośność $P = \min[P_1, P_2]$ $P_1 = \sqrt{2t_a\tau_p\left(\frac{1}{2}\gamma_e + \gamma_p\right)E_i t_i\left(1+\frac{E_i t_i}{E_0 t_0}\right)}$, $P_2 = \sqrt{2t_a\tau_p\left(\frac{1}{2}\gamma_e + \gamma_p\right)E_0 t_0\left(1+\frac{E_0 t_0}{E_i t_i}\right)}$, gdzie: E_0, E_i, t_0, t_i – moduły sprężystości podłużnej i grubości elementów łączonych, t_a – grubość warstwy kleju, γ_e, γ_p, τ_p – odpowiednio odkształcenia kątowe kleju w zakresie sprężystym i plastycznym oraz plastyczne naprężenia styczne kleju.

5.2. Metody numeryczne

W przypadku bardziej skomplikowanej geometrii połączeń równania różniczkowe opisujące ich zachowanie się pod obciążeniem w analizie nieliniowej można rozwiązać numerycznie przy użyciu metody różnic skończonych, jednakowoż równania wyprowadzone są nadal przy założeniach upraszczających i liczba rozwiązanych przypadków jest ograniczona [8].

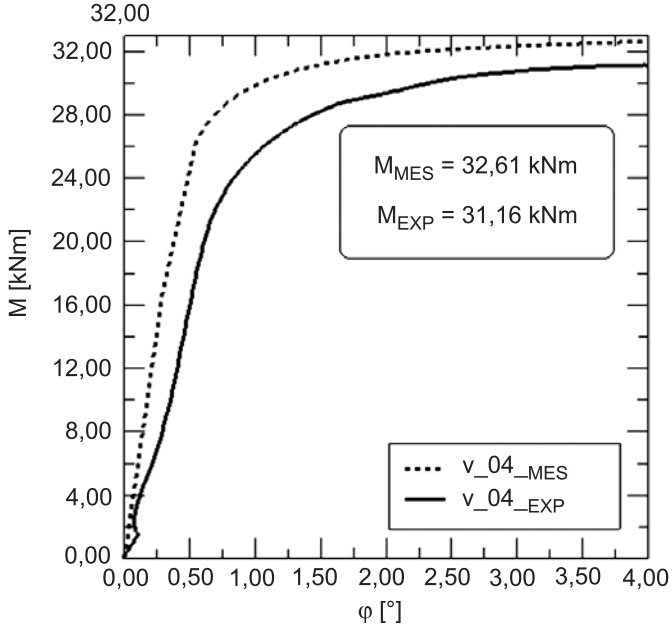
Dopiero metoda elementów skończonych pozwala na pełne przestrzenne modelowanie połączenia z uwzględnieniem sprężysto-plastycznego zachowania się kleju i elementów łączonych. Metoda ta wykorzystywana jest obecnie coraz częściej [8, 46, 48, 54, 60], ale wymaga dobrej znajomości zarówno zasad budowy modelu jak i prowadzenia analizy z uwzględnieniem na ogół jego optymalizacji przez zagęszczenie siatki elementów w wybranych obszarach.

Należy mieć tu także na względzie weryfikację otrzymanego rozwiązania, na ogół przy użyciu programów komercyjnych takich jak ANSYS, ABAQUS czy DIANA, której dokonać można w pełni w drodze porównania otrzymanego rozwiązania numerycznego z wynikami badań doświadczalnych [59, 60], jak to pokazano na rys. 17 i 18 w odniesieniu do wzmacnianego naroża ramy blachownicowej oraz na rys. 19 i 20 dla wzmacnianej blachownicy skrzynkowej (por. pkt 6.3).



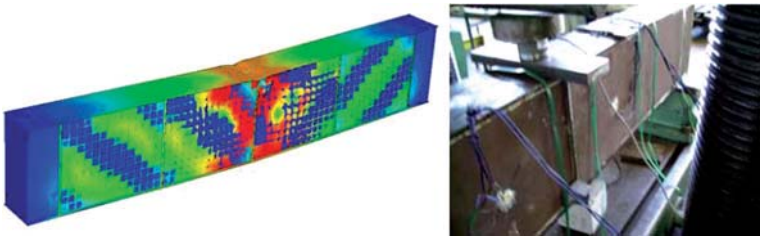
Rys. 17. Model numeryczny (ABAQUS) i doświadczalny wzmacnianego naroża ramy w fazie zniszczenia [59, 60]

Fig. 17. Numerical (ABAQUS) and experimental models of a reinforced knee joint of a frame in the phase of failure [59, 60]



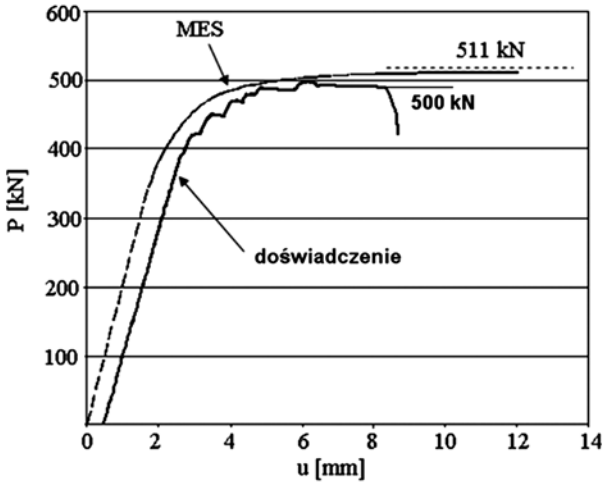
Rys. 18. Doświadczalna weryfikacja obliczeń numerycznych wzmocnionego naroża ramy [59, 60]

Fig. 18. Experimental verification of numerical calculations for the reinforced knee joint of a frame [59, 60]



Rys. 19. Model numeryczny (ABAQUS) i doświadczalny wzmocnionego dźwigara skrzynkowego w fazie zniszczenia [59, 60]

Fig. 19. Numerical (ABAQUS) and experimental models of a reinforced box – girder in the phase of failure [59, 60]



Rys. 20. Doświadczalna weryfikacja obliczeń numerycznych wzmocnionego dźwigara skrzynkowego [59, 60]

Fig. 20. Experimental verification of numerical calculations of the reinforced box – girder [59, 60]

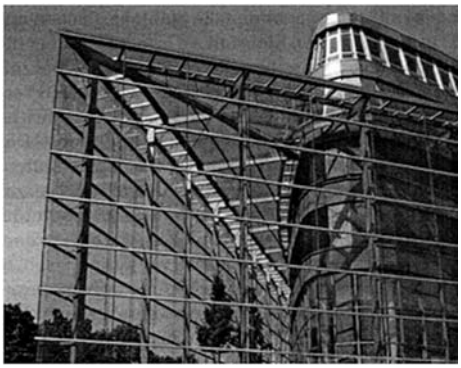
5.3. Opracowania normowe i inżynierskie

Dla potrzeb inżynierskich wykorzystuje się z reguły opracowania normowe lub podręcznikowo–poradnikowe, pozwalające na szybkie i bezpieczne projektowanie połączeń klejonych. W tym zakresie brak jest, na co wskazuje wielu autorów [2, 46, 54], jakichkolwiek przepisów normowych opartych na założeniach eurokodów (te są dopiero tworzone [58]). Istnieje wszakże szereg opracowań szczegółowych pozwalających na projektowanie wybranych konstrukcji klejonych, takich jak np. fasady szklane na nośnym szkielecie metalowym [1, 32] czy elementy cienkościenne [6, 33, 55]. Ponadto doraźnie tworzone są opracowania dla sprawdzenia nośności różnych typów połączeń, z których większość została przedstawiona w tym opracowaniu.

6. Przykłady zastosowań połączeń klejonych w konstrukcjach metalowych

6.1. Fasady na szkielecie metalowym

Fasady szklane to konstrukcje, w których technikę klejenia (głównie klejami silikonowymi) wykorzystuje się z powodzeniem dla poprawienia estetyki, lekkości i przejrzystości budowli (rys. 21), czego przykłady podane są m. in. w pracach [2, 7, 52, 54, 62, 76]. Fasady, które nie są obciążone długotrwałym obciążeniem statycznym, a jedynie ciężarem własnym i krótkotrwałym obciążeniem od wiatru, stwarzają szerokie pole do zastosowania klejenia dla ich zamocowania.



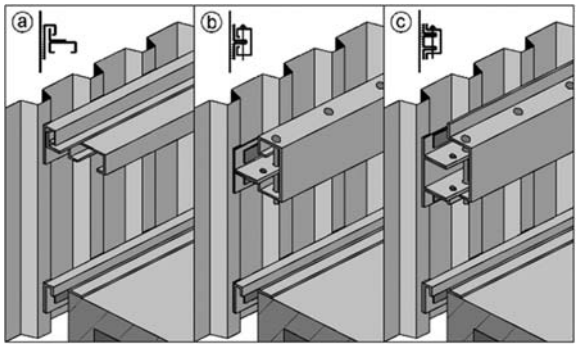
Rys. 21. Przykłady współczesnych fasad szklanych na ryglówce metalowej [7, 62]

Fig. 21. Examples of modern glass facades on metal skeleton [7, 62]

W pracy [54] wskazano na nowe możliwości kształtowania fasad z blach profilowanych, które są przyklejone do metalowego szkieletu nośnego (rys. 22).

Rys. 22. Fasada z blachy profilowanej klejonej do szkieletu [54]

Fig. 22. Facade from folded sheet glued to the skeleton [54]



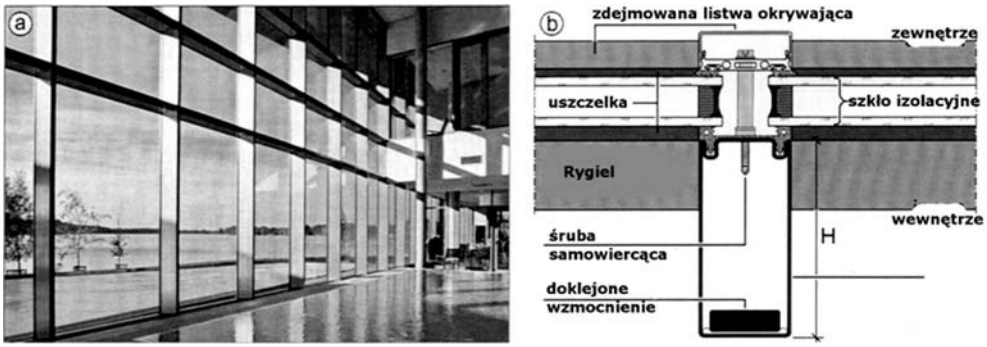
Rys. 23. Warianty mocowania fasady z blachy trapezowej do ryglówki za pomocą klejenia [54]

Fig. 23. Alternative ways of bounding of the folded sheet facade to the skeleton with use of adhesives [54]

Na rys. 23 wskazano trzy warianty a–c mocowania fasady z blachy trapezowej. W wariantach b i c zastosowano do umocowania rygli łączniki mechaniczne, podczas gdy wariant a jest połączeniem czysto klejonym. Do połączeń tego typu nie zaleca się stosować klejów epoksydowych a raczej bardziej plastyczne kleje poliuretanowe i akrylowe. Analiza zachowania się połączeń klejonych szklanych fasad z metalowym szkieletem dokonana w pracy [2] wykazała, że połączenia te zachowują się bez zastrzeżeń w temperaturze od –25°C do +90°C nawet pod wielokrotnie zmiennym obciążeniem. Są one jednakże wrażliwe na szybkość obciążania i ukryte wady materiałowe kleju, np. pęcherze powietrza. Dotychczasowa praktyka wykazuje wieloletnią trwałość takich połączeń nawet do 30 lat.

6.2. Kształtowniki gięte na zimno z blach i ich wzmacnianie

Fasady nowoczesnych budynków opierają się zwykle na konstrukcji słupowo-ryglowej, czego przykład pokazuje tu szczegółowo rys. 24 [54].



Rys. 24. Przykład konstrukcji wsporczej słupowo-ryglowej fasady i szczegóły konstrukcyjne [54]

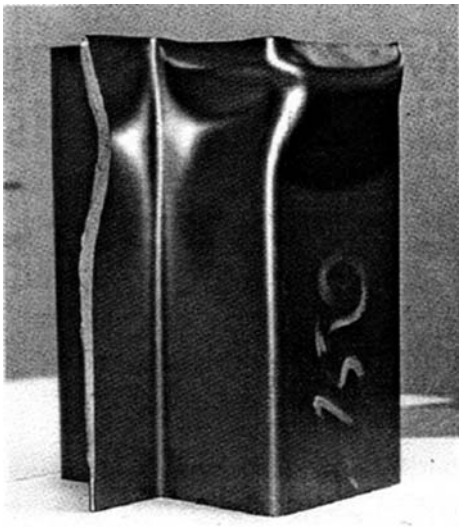
Fig. 24. Example of beam – column supporting system of a facade and structural details [54]

Zastosowano w tym rozwiązaniu doklejane wzmocnienie słupka wykonanego z kształtownika giętego na zimno z blachy o grubości 2,5 mm. Dzięki temu zredukowano smukłość ścianek tego kształtownika, jednocześnie ograniczając jego przemieszczenia, przez co stało się możliwe zastosowanie większych szerokości i długości pól fasady. Z wniosków przedstawionych w pracy [54] wynika, że stopień wzmocnienia kształtownika w przypadku przedstawionego na rys. 24 wzmocnienia jednostronnego nie powinien przekraczać 10% pola powierzchni przekroju kształtownika.

W pracy [63] przedstawiono wyniki badań niszczących tzw. *crashtestu* dla przekrojów kapeluszowych łączonych w pary za pomocą spawania proszkowego (rys. 25 po lewej) i klejenia (rys. 25 po prawej). Wyniki badań wskazują na większe możliwości dyssypacji energii w przypadku połączeń klejonych. W odniesieniu do słupów z kształtowników klejonych, to testy zniszczeniowe przeprowadzone na próbkach o grubościach 1,0 i 1,5 mm wskazują na dobrą nośność sklein i zniszczenie skutkiem utraty stateczności miejscowej słupów a nie samej skleiny [63] (rys. 26).

Rys. 25. Badania niszczące ściskanych przekrojów kapeluszowych zestawionych w pary [63]

Fig. 25. Crash – tested double hat – profile [63]

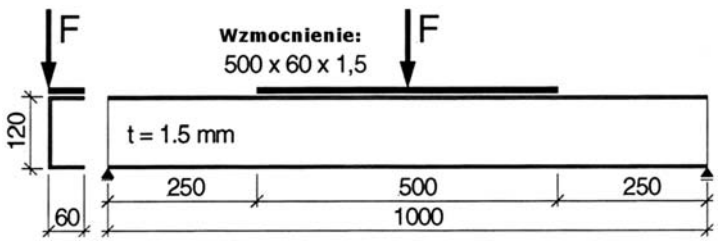


Rys. 26. Słup z klejonych kształtowników cienkościennych [63]

Fig. 26. Adhesive bounded light – weight column [63]

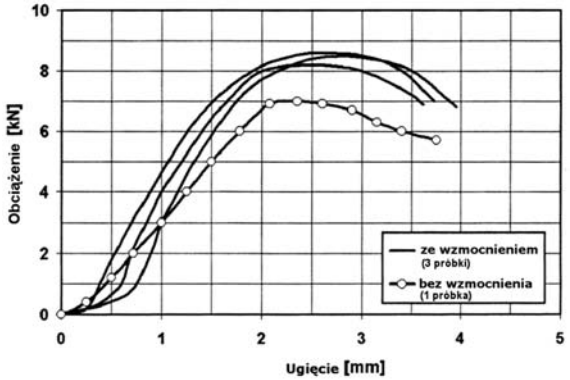
Kolejne doświadczenie przeprowadzone tym razem na wzmacnianym ceowniku giętym na zimno wskazuje na wyraźny wzrost nośności belki wzmocnionej płaskownikiem [|] 60 × 1,5–500 od 7 do 8,5 kN (rys. 27, 28) przy zaobserwowanej pracy skleiny bez utraty nośności jej samej [63].

Głównym ograniczeniem nośności blachownic o smukłych środnikach jest podatność tych ostatnich na utratę stateczności miejscowej. Przez doklejenie płyt blaszanych do środników otrzymuje się wyraźne ich wzmocnienie, co w warunkach, gdy inne metody (np. dospawanie) nie mogą być użyte z uwagi np. na konieczność zniszczenia powłoki galwanicznej czy niekorzystny wpływ nagrzania miejscowego, stanowi sprawdzoną alternatywę renowacji konstrukcji blachownicowych [60].



Rys. 27. Belka ceowa z profilu zimnogiętego ze wzmocnieniem [63]

Fig. 27. Test arrangement for a reinforced beam from cold–formed U profile [63]



Rys. 28. Ścieżka równowagi statycznej obciążenie–ugięcie w środku rozpiętości [63]

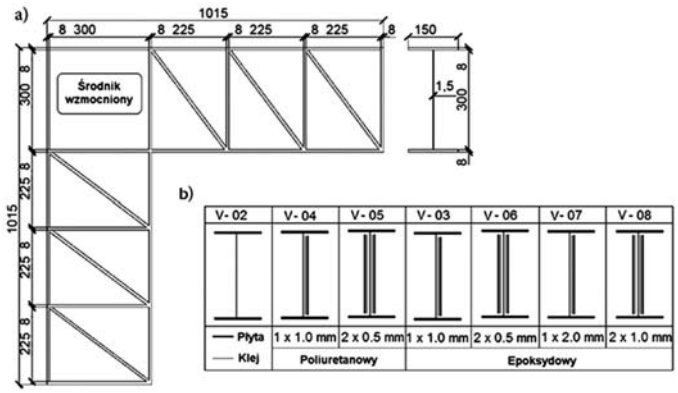
Fig. 28. Path of static equilibrium at midspan [63]

6.3. Blachownice i ich wzmacnianie

Głównym ograniczeniem nośności blachownic o smukłych środnikach jest podatność tych ostatnich na utratę stateczności miejscowej. Przez doklejenie płyt blaszanych do środników otrzymuje się wyraźne ich wzmocnienie, co w warunkach, gdy inne metody (np. dospawanie) nie mogą być użyte z uwagi np. na konieczność zniszczenia powłoki galwanicznej czy niekorzystny wpływ nagrzania miejscowego, stanowi sprawdzoną alternatywę renowacji konstrukcji blachownicowych [60].

Jako przykład udanego wykorzystania techniki klejenia w przypadku wzmacniania blachownic mogą służyć: naroże ramy blachownicowej [63] i smukłe środniki dźwigarów skrzynkowych [46].

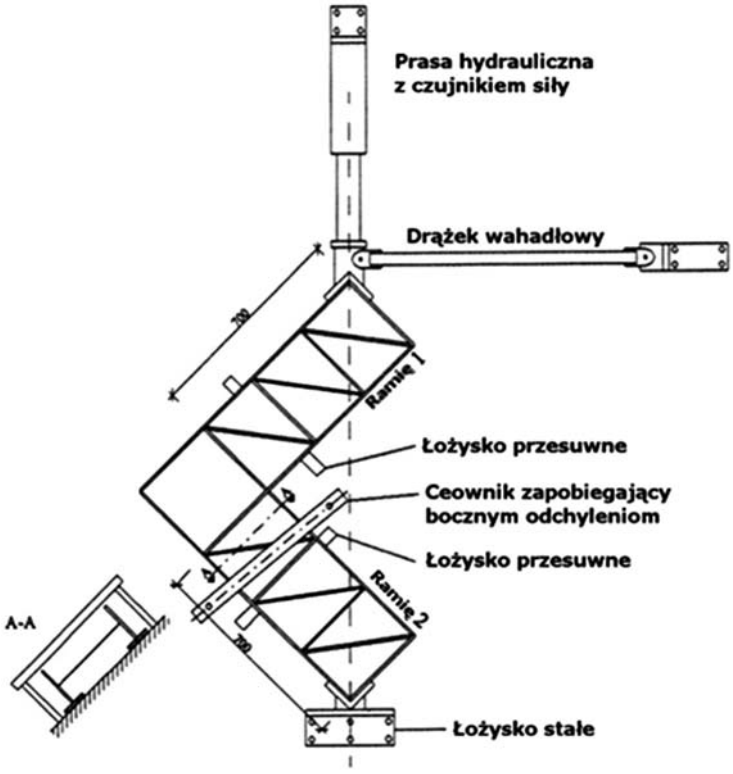
Na rys. 29 przedstawiono geometrię badanego naroża ramy (a) i sposoby jej wzmocnienia różniące się liczbą doklejanych blach i rodzajem kleju (b).



Rys. 29. Geometria naroża wzmacnianego (a) i sposób wzmocnienia (b), [63]

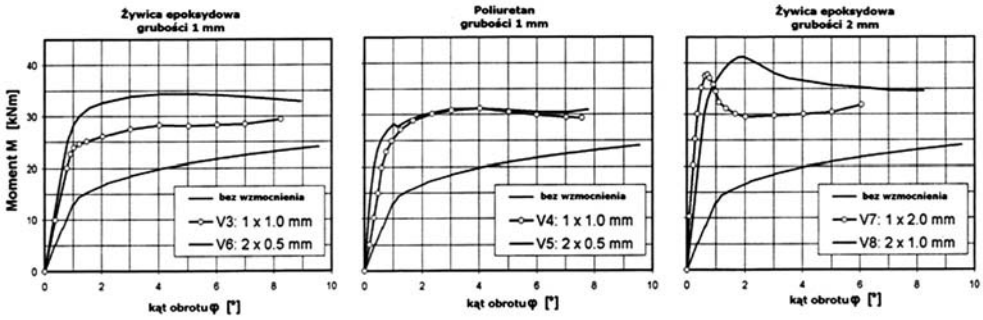
Fig. 29. Geometry (a) and layouts of reinforcements of the knee (b), [63]

Miarą wzmocnienia od 44% do 153% jest w tym przypadku przyrost nośności przy zginaniu osiągniętej na stanowisku badawczym pokazanym na rys. 30 i zilustrowanej dla poszczególnych modeli V-3–V-8 na wykresach M–φ (moment zginający – kąt obrotu) rys. 31.



Rys. 30. Schemat obciążenia wzmocnionego naroża ramy w stanowisku badawczym [63]

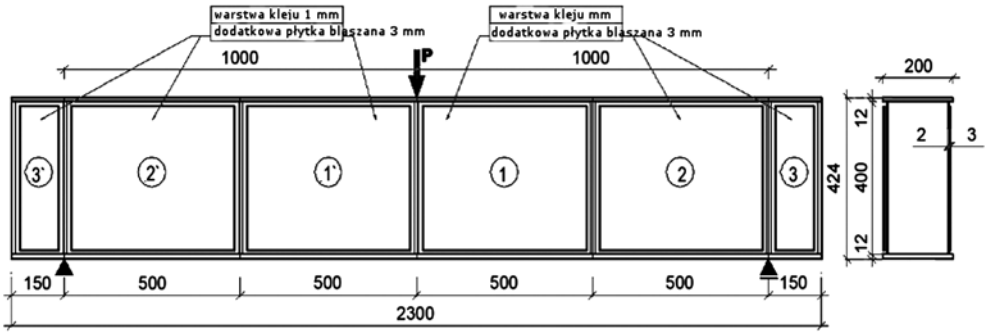
Fig. 30. Test arrangement for reinforced knee joint [63]



Rys. 31. Zależność moment zginający M – kąt obrotu ϕ dla naroży ramy [63]

Fig. 31. Moment M – rotation ϕ curves for knee joint [63]

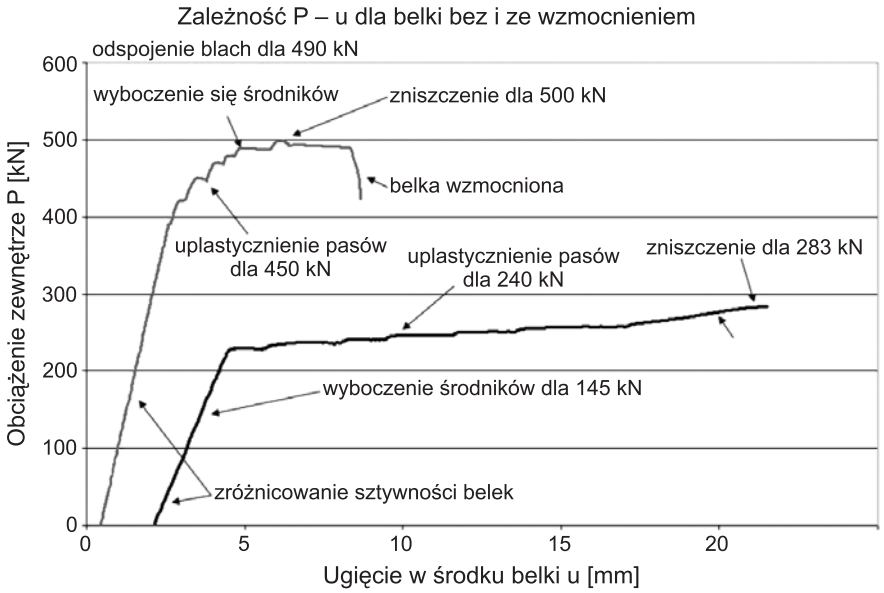
Geometrię i sposób obciążenia skrzynkowej blachownicy ze środnikami grubości 2 mm wzmacnianymi przez doklejenie blach o grubości 3 mm za pomocą dwuskładnikowej żywicy epoksydowej (Korapox 558 – por. tabela 1) o warstwie grubości 1 mm przedstawia rys. 32.



Rys. 32. Wymiary belki skrzynkowej z doklejonymi blachami 3 mm [46]

Fig. 32. Geometry and layouts of reinforcements of the box girder with glued sheets of 3 mm thickness [46]

Na rys. 33 przedstawiono ścieżki równowagi statycznej: obciążenie P – ugięcie u dla belki wzmocnionej (por. rys. 32) i belki bez wzmocnienia. Stwierdzono wyraźny przyrost nośności wzmocnionej belki sięgający 60%.



Rys. 33. Ścieżki równowagi statycznej P – u dla belki skrzynkowej wzmocnionej i bez wzmocnienia

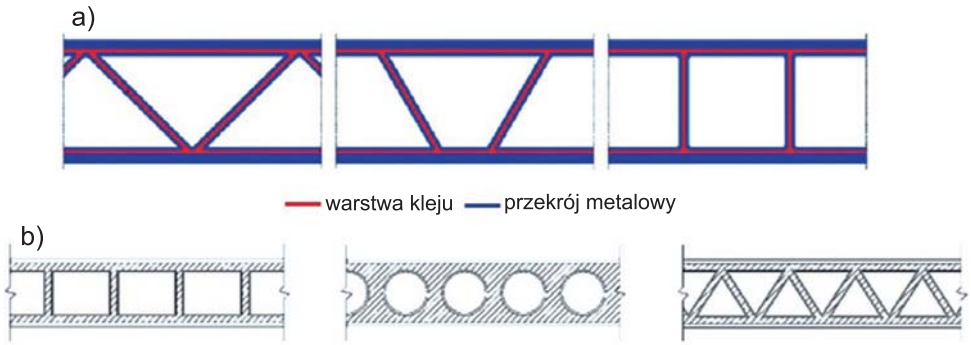
Fig. 33. Comparison of experimental P – u paths of static equilibrium of the reinforced and not reinforced box girders

Technika klejenia może w przypadku blachownic stanowić także poważną alternatywę dla wykonywania połączeń montażowych. W pracy [47] przedstawiono koncepcję klejonego styku montażowego uniwersalnego ze sposobem jego wymiarowania i weryfikacją numeryczną obliczeń. Rozwinięcie tego pomysłu wymaga jednak dalszych badań doświadczalnych.

6.4. Klejone systemy płyt ażurowych i płyt SPS (stal – polimer – stal)

Klejone płyty ażurowe ze stali stanowią alternatywę dla konwencjonalnych spawanych płyt ortotropowych z uwagi na uniknięcie zjawisk zmęczeniowych wywołanych spawaniem i zmniejszeniem wysokości przekroju bez redukcji nośności dzięki możliwości doklejenia blachy od spodu.

Na rys. 34 przedstawiono klejone płyty ażurowe o różnych przekrojach z klejeniem cienkowarstwowym (a) i grubowarstwowym (b) [11]. W badaniach wykazują one wysoką nośność, dużą izotropię i sztywność na skręcanie. Przykłady modeli płyt typu (a) pokazano na rys. 35, a na rys. 36 technologię ich klejenia.

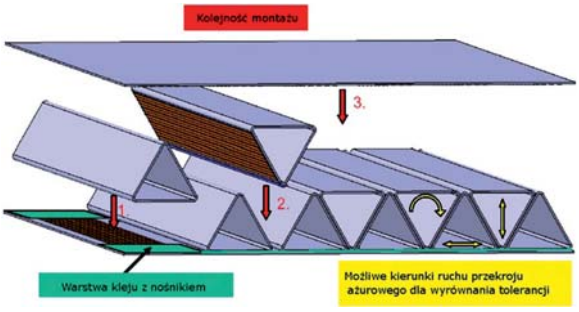


Rys. 34. Klejone płyty ażurowe z klejeniem a) cienkowarstwowym, b) grubowarstwowym [11]

Fig. 34. Different cross – sections of hollow plates with thin (a) and thick (b) layers [11]

Rys. 35. Modele klejonych płyt ażurowych cienkowarstwowych [11]

Fig. 35. Models of glued thin hollow plates [11]

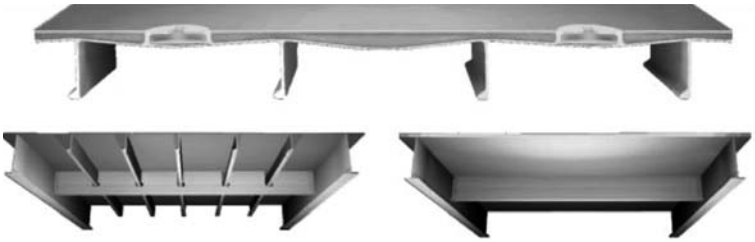


Rys. 36. Technologie klejenia płyt ażurowych [11]

Fig. 36. Technology of glueing for hollow plates [11]

Płyty SPS produkowane są w technologii sandwiczowej z podwójną blachą i wypełnieniem z wieloskładnikowego elastomeru łączącego się adhezyjnie z powierzchnią stalową. Technologia ta zaczerpnięta z budownictwa okrętowego jest rozwijana dla potrzeb budownictwa mostowego na Uniwersytecie Technicznym w Aachen [11].

Na rys. 37, u góry przedstawiono przykład płyty SPS z budownictwa okrętowego, poniżej zaś po lewej stronie rozwiązanie tradycyjne płyty użebrowanej, a po prawej jej klejonej alternatywy, proponowane do wykorzystania w mostownictwie.



Rys. 37. Przykłady wykorzystania płyt SPS w budownictwie okrętowym (u góry) i mostowym (u dołu) po lewej – rozwiązanie konwencjonalne, po prawej – klejone [11]

Fig. 37. Examples for the use of SPS – structures out of ships building (above) and out of the bridge design (below, at left – conventional solution) [11]

7. Wnioski

W podsumowaniu należy wymienić zalety połączeń klejonych, a także wskazać na istniejące w konstrukcjach metalowych ograniczenia ich stosowania.

Do cech korzystnych połączeń klejonych zaliczyć można:

– równomierny rozkład naprężeń w złączu,
– przenoszenie obciążeń poprzez całą łączoną powierzchnię,
– nie występowanie naprężeń termicznych,
– możliwość łączenia ze sobą w sposób bezpośredni różnych metali, a także metalu z niemetalem,
– zabezpieczenie powierzchni łączonych przed korozją bimetaliczną i środowiskową,
– nie naruszanie struktury łączonych elementów,
– zwiększenie sztywności połączeń,
– lekkość połączenia w porównaniu z innymi rodzajami połączeń.

Ograniczenia stosowania połączeń klejonych wynikają głównie z umiarkowanej ich odporności na wysoką temperaturę (ok. 250°C), zmian cech wytrzymałościowych skutkiem starzenia, konieczności stosowania w większości przypadków intensywnych zabiegów przygotowawczych, szczególnej dbałości o zachowanie ostrych wymagań technologicznych, ograniczonej możliwości wykorzystania badań nieniszczących do ich kontroli.

Mimo powyższych ograniczeń, jak to pokazano szczególnie w rozdziale 5, klejenie staje się poważną alternatywą dla klasycznych sposobów wykonywania połączeń w konstrukcjach metalowych, a więc polegających na użyciu łączników typu trzpieniowego czy zastosowaniu spawania.

Literatura

[1] Clarke J.L. (ed.), *Structural Design of Polymer Composites – EUROCOMP Design Code and Handbook*, First Edition, Halcrow Polymerics Ltd., Great Britain, 1996.

[2] Cwyl M., *Klejone połączenia szklanych elementów elewacji z metalowym szkieletem*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 2007.

[3] Czarnormska M., *Wpływ starzenia na nośność klejonych połączeń konstrukcji metalowych*, Praca doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 1987.

[4] Davis M., Bond D., *Principles and Practices of Adhesive Bonded Structural Joints and Repairs*, International Journal of Adhesion and Adhesives 19, 1999, 91-105.

[5] de Brugne N.A., *The Strength of Glued Joints, Aircraft Engineering*, 16, 1944, 115-118.

[6] Deutsches Institut für Bautechnik: *Zulassungsbescheid Nr. Z-14.1 – 4 für Verbindungselemente zur Verbindung von Bauteilen im Metalleichtbau*, September 2005 (IFBS – Info 7.01).

[7] Dilger K., Feldman M., Geiβ P.L., Pasternak H., Ummenhofer T. i inni, *Forschung für die Praxis P654*, Neue Konstruktionen durch Einsatz von Klebverbindungen im Stahlbau, FOSTA, Düdseldorf 2008.

[8] Dillard D.A., *Advances in Structural Adhesive Bonding*, Woodhead Publishing Limited, Oxford, Cambridge, New Delhi, 2010.

[9] DIN EN 26922 Klebstoffe, Bestimmung der Zugfestigkeit von Stumpfklebungen, Mai 1993.

[10] DIN EN ISO/DIS 11003-2 Klebstoffe, Bestimmnug des Scherverhaltens von Strukturklebstoffen, Teil 2., Scherprüfverfahren für dicke Fügeteile. Dezember 2001.

[11] Feldman M., Völling B., Geβler A., Wellershoff F., Geiβ P., Wagner A., *Kleben im Stahlbau*, Stahlbau 75, 2006, Heft 10, 834-846.

[12] Godzimirski J., *Analiza wpływu grubości skleiny na wartość naprężeń dopuszczalnych kleju*, Biuletyn WAT 354, 1982, 2.

[13] Godzimirski J., *Ocena przydatności próby na ścinanie do porównywania właściwości wytrzymałościowych klejów do metali*, Polimery 28, 1983, 7.

[14] Godzimirski J., *Praca połączeń klejowych na ścinanie w zakresie plastycznych odkształceń elementów klejonych*, Biuletyn WAT 373, 1983, 9.

[15] Godzimirski J., *Określenie naprężeń w spoinach klejowych metodą elementów skończonych*, Biuletyn WAT 399, 1985, 1.

[16] Godzimirski J., *Analiza rozkładu naprężeń w spoinie klejowej połączenia zakładkowego w zakresie odkształceń plastycznych*, Mechanika Teoretyczna i Stosowana 26, 1988, 3.

[17] Godzimirski J., *Analiza wytrzymałości połączeń klejowych elementów metalowych obciążonych statycznie*, Biuletyn WAT 1813/88.

[18] Godzimirski J., *Wpływ nieliniowej charakterystyki kleju na naprężenia styczne połączenia klejowego*, Biuletyn WAT 427, 1988, 3.

[19] Godzimirski J., *Wpływ ukosowania krawędzi elementów klejonych na wytrzymałość połączeń zakładkowych*, Biuletyn WAT 473-474, 1992, 1-2.

[20] Godzimirski J., *Wpływ czynników konstrukcyjnych i technologicznych na wytrzymałość połączeń klejowych*, Przegląd Mechaniczny, 7, 1993.

[21] Godzimirski J., Kotlarz W., *Dobór modelu siatki elementów skończonych do obliczeń połączenia klejowego pakietem programów System WAT-KM*, Biuletyn WAT 494, 1993, 10.
[22] Godzimirski J., *Konstrukcyjne możliwości zwiększania wytrzymałości połączeń klejowych*, Technologia i Automatyzacja Montażu, 4,1996.
[23] Godzimirski J., Kozakiewicz J., Łunarski J., Zielecki W., *Konstrukcyjne połączenia klejowe elementów metalowych w budowie maszyn*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszów 1997.
[24] Godzimirski J., Tkaczuk S., *Ocena metody oznaczania wytrzymałości na ścinanie klejów do metali (PN-69/C-89300)*, Biuletyn WAT 538, 1997, 6.
[25] Godzimirski J., Tkaczuk S., *Ocena przydatności metod numerycznych do obliczania wytrzymałości doraźnej połączeń klejowych*, Biuletyn WAT 553, 1998, 9.
[26] Godzimirski J., *Wytrzymałość doraźna konstrukcyjnych połączeń klejowych*, WNT, Warszawa 2002.
[27] Godzimirski J., Tkaczuk S., *Określenie właściwości mechanicznych spoin klejowych*, Technologia i Automatyzacja Montażu, 2004, 3-4.
[28] Godzimirski J., Tkaczuk S., *Numeryczne modelowanie spoin klejowych połączeń obciążonych na ścinanie*, Biuletyn WAT, 4/2005, 2005.
[29] Godzimirski J., Komorek A., *Badania trwałości zmęczeniowej tworzyw i połączeń adhezyjnych*, Czasopismo Techniczne 6-M/2006, Wydawnictwo PK, Kraków 2006, 201-206.
[30] Godzimirski J., Rośkowicz M., *Pełzanie tworzyw i połączeń adhezyjnych*, Czasopismo Techniczne 6-M/2006, Wydawnictwo PK, Kraków 2006, 207-214.
[31] Goland M., Reissner E., *The Stresses in Cemented Joints*, Journal of Applied Mechanics 11, A17–A27, 1944.
[32] Guideline for European Technical Approval for Structural Sealant Glazing Systems (SSGS): Part 1; *Supported and Unsupported Systems*, November 1999.
[33] Habenicht G., *Kleben. Grundlagen. Technologien. Anwendung*, Springer Verlag, Berlin 2002.
[34] Hagl A., *How to Join Steel and Glass. Complex Adhesive Behaviour*, Eurosteel 2008, Graz, Austria, 929-946.
[35] Hart-Smith L.J., *Adhesive – Bounded Scarf and Stepped Lap – Joints*, Technical Report No CR-112237, NASA, Longley Research Center, 1973.
[36] Hart-Smith L.J., *Adhesive Bounded Double – Lap Joints*, NASA No CR-112235, 1973.
[37] Hop T., *Konstrukcje warstwowe*, Arkady, Warszawa 1980.
[38] Kleje Roine (http://kleje.roine.pl).
[39] Loxit (http://loxit.pl).
[40] Kleje Loxeal (http://www.kleje-loxeal.pl).
[41] Proxima NRT (http://www.ntr.com.pl).
[42] Jasakow M., Ryback M., *Pierwszy most klejony w Polsce*, Drogownictwo, 5, 1965.
[43] Kajfasz S., *Concrete Beams with Reinforcement Bonded by Glueing, Preliminary Investigations*, RILEM, Paris 1967.
[44] Kim H., Kedward K., U. S. Department of Transportation. Federal Aviation Administration: *Stress Analysis of In-Plane, Shear Loaded, Adhesively Bonded Composite Joints and Assemblies, Final Report DOT/FAA/AR-01/7*, April 2001.

[45] Król P.A., *Analiza nośności i odkształcalności zakładkowych połączeń klejonych, śrubowych i klejowo-śrubowych w konstrukcjach z blach cienkich*, Rozprawa doktorska, Politechnika Warszawska, Warszawa 2007.
[46] Kubieniec G., *Nośność blachownic stalowych wzmacnianych z zastosowaniem klejenia*, Praca doktorska, Politechnika Krakowska, 2008.
[47] Kubieniec G., Piekarczyk M., *Klejony styk montażowy*, Zeszyty Naukowe Politechniki Rzeszowskiej, Budownictwo i inżynieria środowiska z.50, 2008, 165-174.
[48] Kubieniec G., Piekarczyk M., *Thin-Walled Steel Griders Reinforced with Use of Adhesives – Experimental and Numerical Investigation*, Eurosteel 2008 Conference, 3rd to 5th September 2008, Graz, Austria, 1611-1616.
[49] Kuś S., *Belki betonowe ze zbrojeniem zewnętrznym współpracującym przez przyklejenie*, Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZiTB, Krynica 1967.
[50] Kwiecień A., *Polymer flexible joint – an innovative rerpair system protecting cracked masonries against stress concentrations*, Proceedings of PROHITECH 09, Protection of Historical Buildings, ed. Mazzolani, 2009 Taylor&Francis Group, London, 1033-1038.
[51] Łagoda M., *Wzmacnianie mostów przez doklejanie elementów*, Monografia 322, Politechnika Krakowska, Kraków 2005.
[52] Machalicka K., Eliasova M., *Glued Connection in Glass Structures Influence of Different Factors to Shear Load Carrying – capacity*, Eurosteel 2011, Budapest, Hungary, 387-392.
[53] Megachemie (http://www.megachemie.com).
[54] Meinz J., *Kleben im Stahlbau, Betrachtungen zum Trag- und Verformungsverhalten und zum Nachweis geklebter Trapezprofilanschlüsse und verstärkter Hohlprofile in Pfosten-Riegel-Fassaden*, Weiβensee Verlag, 2010 (Dissertation, BTU Cottbus).
[55] Merkblatt 382: *Kleben von Stahl und Edelstahl Rostfrei*, Stahl – Informations – Zentrum 1998.
[56] Pancewicz Z., Kleśta L., *Badania współczynników sprężystości podłużnej i poprzecznej skleiny*, XXIV Konferencja Naukowa KILiW PAN i KN PZITB, Gdańsk––Krynica 1978.
[57] Pancewicz Z., Nurek W., *Wybrane zagadnienia projektowania klejonych złączy elementów metalowych*, Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom XXII, 2.1/1976, 165-173.
[58] Pasternak M., Ciupak J., *Eurocode – Based Design Rules for Adhesive Bonded Joints*, 6th European Conference on Steel and Composite Structures, August 31 – September 2, 2011, Budapest, 717-722.
[59] Pasternak M., Kubieniec G., Piekarczyk M., *Adhesives in Strengthening of Steel Structures*, Engineering Structures and Technologies, 2 (2), 2010, 45-50.
[60] Pasternak M., Kubieniec G., Piekarczyk M., *Adhesives in Strengthening of Steel Structures*, Proceedings of PROHITECH 09, Protection of Historical Buildings, ed. Mazzolani, Taylor&Francis Group, London 2009, 551-556.
[61] Pasternak M., Meinz J., *Kleben im Stahlbau – zwei Beispiele aus dem Fassadenbau*, Bauingenieur, Band 82, März 2007, 115-124.
[62] Pasternak M., Meinz J., *Versuche zu gehlebten Verstärkungen im Stahlhochbau*, Bauingenieur, Band 81, Mai 2006, 212-217.

[63] Pasternak M., Schwarzlos A., Schimmach N., *The Application of Adhesives to Connect Steel Members*, Journal of Constructional, Steel Research 60, 2004, 649-658.
[64] PN-69/C-89300 Kleje do metali, oznaczenie wytrzymałości na ścinanie.
[65] PN-81/C-89034 Tworzywa sztuczne, Oznaczenie cech wytrzymałościowych przy statycznym rozciąganiu.
[66] PROXIMA NTR Sp. z o. o.: *Kleje przemysłowe – poradnik*, Materiały informacyjne firmy PROXIMA NTR, 2006.
[67] Rybak M., *Wybrane zagadnienia połączeń klejonych*, Prace LOBiROT, 1, 1973.
[68] Szelągowski F., *Badania wytrzymałościowe klejonych połączeń części stalowych*, Archiwum Inżynierii Lądowej, Tom VII 2.4, 1961, 475-482.
[69] Tsai M.Y., Oplinger D.W., Morton J., *Improved Theoretical Solutions for Adhesive Lap Joints*, Int. J. Solids Structures, Vol. 35, No. 12, 1998, 1163-1185.
[70] Volkersen O., *Die Niekraftverteilung in Zugbeanspruchten mit Konstanten Laschenquerschnitten*, Luftfahrtforschung 15, 1938, 41-47.
[71] Ecoll (http://www.ecoll.pl).
[72] Loctite Kleje (http://www.loctite-kleje.pl).
[73] Złote kleje (http://www.zlotekleje.pl).
[74] Zając B., *Doświadczalno-analityczne określenie wytężenia polimerowej skleiny w belkach zespolonych*, Praca doktorska, Politechnika Krakowska, Kraków 2008.
[75] Żółtowski W., Cwyl M., Król P.A., *Analysis of Connections Between Glass and Metal Based on Structural Silicone*, IMCS 2006, Rzeszów, Poland, 21–23 June 2006.
[76] Żółtowski W., Cwyl M., *Badania inżynierskich metod połączeń konstrukcyjnych w nowoczesnych fasadach aluminiowo-szklanych nowoczesnych budynków użyteczności publicznej*, Raport z pracy statutowej nr 504/1082/410/4-2004, Instytut Konstrukcji Budowlanych, Politechnika Warszawska, Warszawa 2004.
[77] Żółtowski W., Cwyl M., *Badania punktowych połączeń klejonych w konstrukcjach fasad metalowo-szklanych*, Świat szkła 7–8 (99), Warszawa 2006.
[78] Żółtowski W., Cwyl M., *Metody inżynierskich obliczeń konstrukcji ze stopów aluminiowych na bazie konstrukcji fasad słupowo-ryglowych*, Murator PLUS 16/V/05, Warszawa 2005.
[79] Żółtowski W., Cwyl M., *Współczesne zagadnienia projektowania dla ścian osłonowych budynków reprezentacyjnych*, Polsko-Ukraińska Międzynarodowa Konferencja Naukowa, Warszawa 2006.
[80] Żółtowski W., Filipowicz A., Łubiński M., *Wymiarowanie konstrukcji stalowych metodą stanów granicznych*, Państwowe Wydawnictwo Naukowe, Warszawa 1981.
[81] Żółtowski W., Kleśta L., Król P.A., *Badania nośności połączeń klejonośrubowych*, IX International Conference on Metal Structures, Kraków, Poland, 26–30 June 1995, 291-297.
[82] Żółtowski W., Kwaśniewski L., Cwyl M., *Modelowanie i analiza połączeń punktowych*, Świat szkła 10 (101), Warszawa 2006.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

MARIAN ŚWIERCZEK*

WPŁYW OKREŚLONYCH SZKÓD GÓRNICZYCH NA ŁAWY RUSZTU FUNDAMENTALNEGO

THE INFLUENCE OF PRESCRIBED MINING DAMAGES ON THE STRIP FOUNDATION FRAMEWORK

Streszczenie

W artykule analizowano wzajemne oddziaływanie konstrukcji budowlanej z podłożem poddanym eksploatacji górniczej. Zagadnienie wpływu wymuszonych, poziomych odkształceń powierzchni terenu na ruszt fundamentowy sformułowano jako quasi-statyczny problem kontaktowy z tarciem i jednostronnymi więzami. Otrzymane po dyskretyzacji MES zadanie przyrostowe rozwiązywano iteracyjnie. Otrzymane z obliczeń przemieszczenia, naprężenia kontaktowe i siły wewnętrzne w fundamencie porównano z dostępnymi w literaturze. Konieczne obliczenia wykonano programem MSC Marc.

Słowa kluczowe: *szkody górnicze*, *rozpełzanie gruntu*, *ruszt fundamentowy*, *kontakt*, *tarcie*, *więzy jednostronne*

Abstract

This paper analyses the interaction between building structure and ground that was subjected to mining exploitation. The issues relating to the influence of the enforced horizontal strains of the ground surface on the foundation framework were formulated as a quasi-static contact problem with friction and unilateral constraints. The incremental discrete task resulting from FEM was solved by iterative method. Obtained displacements, contact stresses and internal forces in the framework, were compared to similar available in the literature. All necessary calculation were carried out using MSC Marc.

Keywords: *mining damages*, *creeping of the ground*, *foundation framework*, *contact*, *friction*, *unilateral constraints*

* Dr inż. Marian Świerczek, Instytut Mechaniki Budowli, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

Obiekty budowlane zlokalizowane na terenach górniczych narażone są na dodatkowe obciążenia wynikające z wpływów podziemnej eksploatacji. Najczęstszym objawem tych wpływów są ciągłe deformacje terenu występujące w formie niecki osiadania [19, 20].

Poziome i pionowe przemieszczenia przypowierzchniowych warstw gruntu w obrębie niecki stanowią kinematyczne wymuszenia generujące w konstrukcji budowlanej dodatkowe siły. Wyznaczenie charakteru i wielkości oddziaływań deformującego się podłoża na budowlę jest problemem złożonym, gdyż niecka osiadania nie powstaje od razu w swej końcowej postaci lecz rozwija się w czasie, zmienia swój kształt i położenie w zależności od zakresu, kierunku i szybkości prowadzonej eksploatacji. Na zachowanie się budynku poddanego wpływowi górniczych deformacji podłoża istotny wpływ mają ponadto własności gruntu oraz samego budynku oraz zjawiska w strefie kontaktu między budynkiem a podłożem.

W dotychczasowej praktyce, ze względu na istniejące możliwości obliczeniowe, do wyznaczenia oddziaływania podłoża górniczego na fundamenty konstrukcji budowlanej, deformację gruntu dzieli się na kilka odrębnych zjawisk i ich wpływy analizuje się osobno na prostych modelach podłoża i budowli [2, 14, 15, 19, 20, 25]. Zakłada się, że umownie wyróżniona w podłożu bryła gruntowa współdziałająca z budowlą podlega wraz z nią przemieszczeniom pionowym, poziomym i obrotowi oraz ulega zakrzywieniu opisanemu krzywizną K i poziomemu odkształceniu ε. Trzy pierwsze oddziaływania na ogół nie mają dużego wpływu na stan naprężenia w elementach konstrukcyjnych, a ewentualne ich skutki dają się usunąć np. przez rektyfikację obiektu. Natomiast rozpełzanie gruntu i zakrzywianie jego powierzchni skutkuje wzajemnym przemieszczaniem się podłoża i elementów fundamentu budowli, co ma istotny wpływ na wytężenie konstrukcji i tym samym jej bezpieczeństwo.

Na tym klasycznym dorobku badawczym bazują wydawane przez ITB Instrukcje [8–11] stanowiące materiał pomocniczy dla projektantów zarówno nowych obiektów jak i zabezpieczeń obiektów istniejących. Prezentują one algorytmy, wg których, na podstawie przewidywanych dla danego terenu wskaźników deformacji, takich jak max/min promień krzywizny $R = K^{-1}$ i max/min odkształcenie poziome ε, projektant może wyznaczyć wielkości sił mogących potencjalnie wpływać na konstrukcję. Takie podejście można uznać za zgodne z logiką Metody Stanów Granicznych, ale zawsze pozostanie otwartym pytanie, jak bardzo i nawet w którą stronę otrzymane siły odbiegają od tych, które wyniknęłyby z analizy rzeczywistego procesu wzajemnego oddziaływania konstrukcji z deformującym się podłożem górniczym.

W ostatnich latach możliwości takiego porównania stwarza Metoda Elementów Skończonych. W analizach numerycznych wykorzystujących MES można o wiele dokładniej symulować przebieg samej deformacji oraz własności materiałowe gruntu i konstrukcji [4–7, 17].

Model obliczeniowy przydatny do dokładniejszej analizy wzajemnego oddziaływania konstrukcji budowlanej z podłożem górniczym powinien spełnić przynajmniej trzy podstawowe wymagania:

- uwzględnić narastanie odkształceń od zera do wartości ekstremalnych i ich spadek, po przejściu niecki osiadania,
- uwzględnić możliwość uplastycznienia dużych obszarów gruntu,

– uwzględnić możliwość poślizgu w płaszczyźnie styku oraz fakt, że między gruntem a fundamentem nie mogą być przekazywane normalne naprężenia rozciągające.

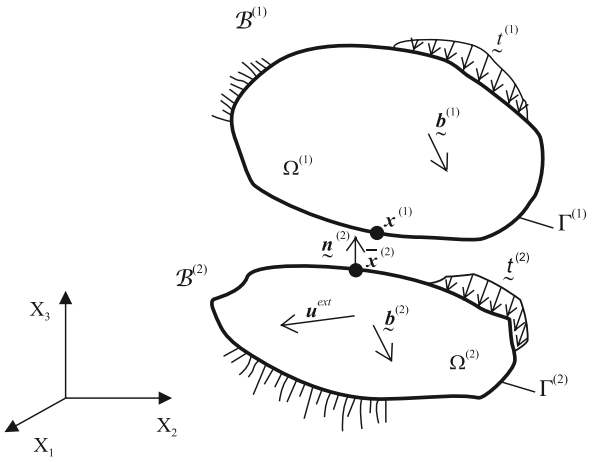
W niniejszym artykule podjęto próbę analizy wzajemnego oddziaływania rusztu fundamentowego z rozpełzającym się podłożem z uwzględnieniem trzech ww. wymagań. Zadanie sformułowano jako problem brzegowo-początkowy z jednostronnymi węzami i z tarciem, który rozwiązano Metodą Elementów Skończonych. W rozdziale 2. zdefiniowano warunki kontaktowe, przedstawiono ogólne sformułowanie zagadnienia brzegowego w postaci lokalnej i wariacyjnej oraz jego dyskretyzację. W rozdziale 3. zdefiniowano rozwiązane później zadania numeryczne. W rozdziale 4. przedstawiono otrzymane wyniki, porównano je z dostępnymi w literaturze przedmiotu zwłaszcza w Instrukcji [11], a w rozdziale 5. przedstawiono wnioski końcowe.

2. Sformułowanie zagadnienia brzegowo-początkowego

2.1. Opis problemu

Dwa ciała $\mathcal{B}^{(1)}$ i $\mathcal{B}^{(2)}$ w konfiguracji początkowej, w chwili $t = 0$, zajmują rozłączne obszary $\Omega^{(1)0}$ i $\Omega^{(2)0}$. W kartezjańskim układzie współrzędnych położenia cząstek wyznaczają wektory $\mathbf{X}^{(a)}$ dla $a = 1, 2$, których współrzędne nazywane są dalej współrzędnymi materialnymi Lagrange'a.

W konfiguracji aktualnej, w chwili $t > 0$, ciała zajmują obszary $\Omega^{(a)t}$ o brzegach $\Gamma^{(a)t}$, a położenia cząstek określone są przez wektory $\boldsymbol{x}^{(a)} = \boldsymbol{x}^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t)$. Każde ciało obciążone jest siłami masowymi $\boldsymbol{b}^{(a)}$ w $\Omega^{(a)t}$ i powierzchniowymi $\boldsymbol{t}^{(a)}$ na brzegu $\Gamma_{\sigma}^{(a)t}$. Na brzegu $\Gamma_{u}^{(a)t}$ zadane są kinematyczne warunki brzegowe, a na Γ_{c}^{t} ciała stykają się ze sobą. Zakłada się, że dla każdego z ciał części brzegów $\Gamma_{\sigma}^{(a)t}$, $\Gamma_{u}^{(a)t}$ i Γ_{c}^{t} są rozłączne.



Rys. 1. Układ kontaktujących się ciał

Fig. 1. The system of contact bodies

Przyjmuje się, że ciało $\mathcal{B}^{(2)}$ niezależnie od działających obciążeń poddane jest dodatkowemu wymuszeniu kinematycznemu w postaci pola przemieszczeń

$$\boldsymbol{u}^{ext}(\mathbf{X}^{(2)}, t) = \beta(t)\, \boldsymbol{u}^{F}(\mathbf{X}^{(2)}) \tag{1}$$

gdzie $\boldsymbol{u}^{F}(\mathbf{X}^{(2)})$ oznacza znaną funkcję wektorową określoną w obszarze $\Omega^{(2)0}$, a $\beta(t)$ jest parametrem skalarnym określającym przyrost wymuszonych przemieszczeń w czasie.

W zagadnieniu dynamicznym, formułowanym w czasie rzeczywistym, $\beta(t)$ jest rosnącą funkcją czasu przyjmującą wartości z przedziału [0,1]. W zagadnieniu quasi-statycznym sam parametr β może być traktowany jako pseudo-czas sterujący procesem przyrostowym. Przemieszczenia wyrażają się zależnościami:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{u}^{(1)}(\mathbf{X}^{(1)}, t) &= \boldsymbol{x}^{(1)}(\mathbf{X}^{(1)}, t) - \mathbf{X}^{(1)} \\ \boldsymbol{u}^{(2)}(\mathbf{X}^{(2)}, t) &= \boldsymbol{x}^{(2)}(\mathbf{X}^{(2)}, t) - \mathbf{X}^{(2)} - \boldsymbol{u}^{ext}(\mathbf{X}^{(2)}, t) \end{aligned} \tag{2}$$

2.2. Warunki kontaktu

Wzajemne oddziaływanie w strefie kontaktu definiowane jest oddzielnie w kierunku normalnym i stycznym do powierzchni stykających się ciał [16, 21, 22]. Dla każdego punktu $\boldsymbol{x}^{(1)} \in \Gamma^{(1)t}$, w którym może nastąpić kontakt wyznaczany jest najbliższy mu punkt $\bar{\boldsymbol{x}}^{(2)} \in \Gamma^{(2)t}$ tzn. punkt spełniający warunek:

$$\left|\boldsymbol{x}^{(1)} - \bar{\boldsymbol{x}}^{(2)}\right| = \min_{\boldsymbol{x}^{(2)} \in \Gamma^{(2)t}} \left|\boldsymbol{x}^{(1)} - \boldsymbol{x}^{(2)}\right| \tag{3}$$

Funkcja dystansu $g(\boldsymbol{x}^{(1)})$ opisująca fakt nieprzenikania się powierzchni obu ciał definiowana jest jako:

$$g(\boldsymbol{x}^{(1)}) = (\boldsymbol{x}^{(1)} - \bar{\boldsymbol{x}}^{(2)}) \cdot \boldsymbol{n}^{(2)}(\bar{\boldsymbol{x}}^{(2)}) \tag{4}$$

gdzie $\boldsymbol{n}^{(2)}$ jest normalną zewnętrzną do $\Gamma^{(2)t}$.

Funkcja ta musi być nieujemna $\quad g(\boldsymbol{x}^{(1)}) \geq 0 \quad$ dla $\quad \boldsymbol{x}^{(1)} \in \Gamma^{(1)t}$

przy czym w strefie kontaktu $\quad g(\boldsymbol{x}^{(1)}) = 0 \quad$ dla $\quad \boldsymbol{x}^{(1)} \in \Gamma_c^t$

a poza tą strefą $\quad g(\boldsymbol{x}^{(1)}) > 0.$

W punkcie styku obu ciał wektor naprężenia kontaktowego Cauchy'ego $\boldsymbol{t}_c$ zostaje rozłożony na składową normalną i styczną do powierzchni

$$\boldsymbol{t}_c = \boldsymbol{t}_n + \boldsymbol{t}_s = t_n\, \boldsymbol{n}^{(2)} + \boldsymbol{t}_s \tag{5}$$

gdzie $t_n = \boldsymbol{t}_c \cdot \boldsymbol{n}^{(2)} \geq 0$ dla $\boldsymbol{x}^{(1)} \in \Gamma_c^t$.

Poza strefą kontaktu $t_n = 0$.

Ograniczenia nałożone na funkcję dystansu i składową normalną naprężenia kontaktowego można zapisać łącznie w formie warunków Kuhna-Tuckera dla kontaktu w kierunku normalnym:

$$g \geq 0, \qquad t_n \geq 0, \qquad t_n\, g = 0 \tag{6}$$

W stykających się punktach $\boldsymbol{x}^{(1)}$ i $\bar{\boldsymbol{x}}^{(2)}$ oddziaływanie styczne do powierzchni $\boldsymbol{t}_s$ wynika z obecności tarcia i przeciwdziała poślizgowi, który przejawia się w postaci różnicy prędkości ciał (prędkości względnej)

$$\boldsymbol{v}_s = \boldsymbol{v}_s^{(2)}(\bar{\boldsymbol{x}}^{(2)}) - \boldsymbol{v}_s^{(1)}(\boldsymbol{x}^{(1)}) \tag{7}$$

Dla modelu tarcia Coulomba następujące warunki określają stany

przylegania:

$$|\,\boldsymbol{t}_s\,| < \mu\,|\,t_n\,| \Rightarrow\ \boldsymbol{v}_s = 0$$

i poślizgu:

$$|\,\boldsymbol{t}_s\,| = \mu\,|\,t_n\,| \Rightarrow\ \boldsymbol{v}_s = -\lambda\frac{\boldsymbol{t}_s}{|\boldsymbol{t}_s|}$$

gdzie $\mu = \mu\,(t_n, |\boldsymbol{v}_s|)$ jest współczynnikiem tarcia.
Definiując funkcję poślizgu:

$$\phi = |\,\boldsymbol{t}_s\,| - \mu\,|t_n| \tag{8}$$

i prawo poślizgu:

$$v_s = -\lambda\frac{\boldsymbol{t}_s}{|\boldsymbol{t}_s|} \tag{9}$$

można zależności kontaktowe w kierunku stycznym do powierzchni styku zapisać jako warunki Kuhna-Tuckera

$$\phi \le 0, \qquad \lambda \ge 0, \qquad \phi\lambda = 0 \tag{10}$$

2.3. Zagadnienie poczatkowo-brzegowe – sformułowanie lokalne

Do opisu problemu kontaktowego przedstawionego w 2.1 i 2.2 zastosowane zostało uaktualnione podejście Lagrange'a [1, 21], w którym zmiennymi niezależnymi są współrzędne materialne, a konfiguracją odniesienia jest konfiguracja aktualna (odkształcona). Przy założeniu, że analizowane zadanie ma charakter quasi-statyczny, pozwalający na pominięcie sił bezwładności, sformułowanie lokalne problemu początkowo-brzegowego stanowi następujący układu równań i nierówności [21]:

- równania ciągłości masy (zasada zachowania masy)

$$\rho^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t)\, J^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t) = \rho^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}) \qquad \text{w} \quad \Omega^{(a)0} \tag{11}$$

- równania równowagi

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(a)} + \rho^{(a)}\,\boldsymbol{b}^{(a)} = 0 \qquad \text{w} \quad \Omega^{(a)t} \tag{12}$$

- naprężeniowe warunki brzegowe

$$\boldsymbol{n}^{(a)}\,\boldsymbol{\sigma}^{(a)} = \boldsymbol{t}^{(a)} \qquad \text{na} \quad \Gamma_{\sigma}^{(a)t} \tag{13}$$

- przemieszczeniowe warunki brzegowe

$$\boldsymbol{u}^{(a)} = \bar{\boldsymbol{u}}^{(a)} \qquad \text{na} \quad \Gamma_{u}^{(a)t} \tag{14}$$

– warunki początkowe

$$\boldsymbol{u}^{(a)} = \boldsymbol{u}_0^{(a)}, \quad \boldsymbol{v}^{(a)} = \boldsymbol{v}_0^{(a)} \qquad \text{w} \quad \bar{\Omega}^{(a)0},\ t = 0 \tag{15}$$

– warunki kontaktowe

$$g \geq 0, \quad t_n \geq 0, \quad t_n g = 0$$

$$v_s = -\lambda \frac{\boldsymbol{t}_s}{|\boldsymbol{t}_s|} \quad \phi = |\boldsymbol{t}_s| - \mu |t_n| \quad \text{na} \quad \Gamma_c^t \tag{16}$$

$$\phi \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \phi\lambda = 0$$

W równaniach tych $\rho^{(a)}$ oznacza gęstość masy, $J^{(a)}$ wyznacznik gradientu deformacji $\boldsymbol{F}^{(a)}$, $\boldsymbol{\sigma}^{(a)}$ tensor naprężeń Cauchy'ego.

Poszukiwane są pola przemieszczeń $\boldsymbol{u}^{(a)}(\mathbf{X}^{(a)}, t)$, które poprzez generowane tensory naprężeń $\boldsymbol{\sigma}^{(a)}$ spełniają układ równań i nierówności (11)–(16). Związek między polami przemieszczeń i naprężeń definiują odpowiednie równania fizyczne, które muszą być dołączone do układu (11)–(16). W dalszych obliczeniach stosowano materiał sprężysto-plastyczny Coulomba-Mohra i sprężysty Hooke'a.

2.4. Zagadnienie początkowo-brzegowe – sformułowanie wariacyjne

W zadaniach z nieznaną z góry strefą kontaktu wyżej sformułowany problem początkowo-brzegowy może być przedstawiony równoważnie jako układ dwóch sprzężonych nierówności wariacyjnych [22, 24]. Jeżeli aktualna strefa kontaktu jest znana, sformułowanie wariacyjne stanowi równanie zasady prac wirtualnych łącznie dla obu ciał zawierające również pracę sił kontaktowych [18, 21, 22]:

$$\sum_{a=1}^{2} \left(\int_{\Omega^{(a)t}} \boldsymbol{\sigma}^{(a)} : \delta\boldsymbol{\varepsilon}^{(a)} d\Omega - \int_{\Omega^{(a)t}} \rho^{(a)} \boldsymbol{b}^{(a)} \cdot \delta\boldsymbol{u}^{(a)} d\Omega - \int_{\Gamma_\sigma^{(a)t}} \boldsymbol{t}^{(a)} \cdot \delta\boldsymbol{u}^{(a)} d\Gamma \right) - \delta L_c = 0 \tag{17}$$

$$\delta L_c = \sum_{a=1}^{2} \left(\int_{\Gamma_c^t} \boldsymbol{t}_c^{(a)} \cdot \delta\boldsymbol{u}^{(a)} d\Gamma \right) = \int_{\Gamma_c^t} (t_n \delta g + \boldsymbol{t}_s \cdot \delta\boldsymbol{u}_s) d\Gamma \tag{18}$$

gdzie $\delta\boldsymbol{u}^{(a)}$ oznacza kinematycznie dopuszczalną wariację pola przemieszczeń, a $\delta\boldsymbol{\varepsilon}^{(a)}$ generowany przez tę wariację tensor małych odkształceń.

Do równania wariacyjnego (17) muszą być dołączone warunki kontaktowe i równania fizyczne.

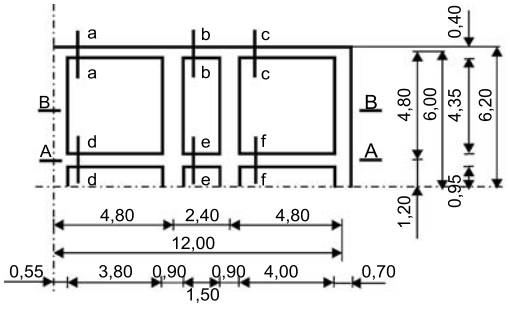
2.5. Dyskretyzacja

Sformułowanie wariacyjne problemu brzegowo-początkowego przedstawione w 2.4 jest podstawą budowy modelu numerycznego MES. W niniejszym artykule posłużono się systemem MSC Marc [18]. Do dyskretyzacji przestrzennej stosowano 8-węzłowe elementy sześciościenne z liniową, względem każdej zmiennej, aproksymacją pola przemieszczeń. Powierzchnie brzegowe (w tym kontaktowe) aproksymowane były elementami tworzonymi przez ściany elementów przestrzennych dyskretyzujących wnętrze ciał. W celu lokalne-

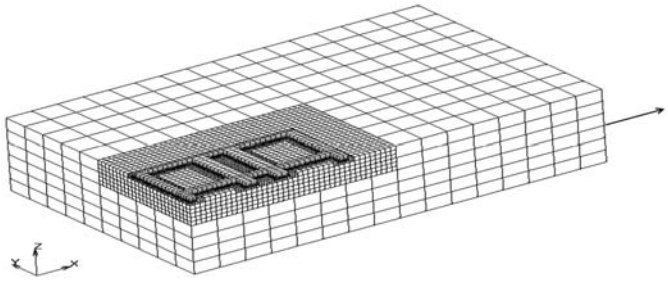
go zagęszczenia siatki elementów w strefie kontaktu wykorzystano dostępną w programie procedurę adaptacji. Do badania kontaktu stosowano opcję analizującą położenie węzłów dyskretyzujących jedną powierzchnię względem aproksymacji drugiej powierzchni. Sprawdzenie to stosowano obustronnie. Tarcie wyznaczano procedurą dwuliniową. W obliczeniach wykorzystano dostępne w systemie modele konstytutywne materiału sprężysto-plastycznego Coulomba-Mohra i sprężystego Hooke'a. Całkowanie względem czasu zagadnienia quasi-statycznego prowadzono metodą Newtona-Raphsona z symetryzacją macierzy sztywności.

3. Sformułowanie zadania numerycznego

Obliczenia, w celach porównawczych, przeprowadzono dla rusztu fundamentowego analizowanego w Załączniku D Instrukcji ITB nr 416 [11]. Konstrukcja podlega procesowi rozpełzania gruntu o maksymalnej wartości ε = 5 mm/m. Kierunek rozpełzania jest równoległy do dłuższego boku rusztu. W całym procesie deformacji układ zachowuje symetrię względem dwóch płaszczyzn symetrii i dlatego można ograniczyć się do analizy modelu złożonego z 1/4 rusztu i odpowiedniej bryły podłoża. Na rys. 2 pokazano wymiary analizowanej części rusztu oraz przekroje, w których były wyznaczane naprężenia kontaktowe lub siły przekrojowe. Na rys. 3 pokazano utworzony za pomocą MES model przestrzenny układu ruszt – podłoże ze wskazaniem kierunku rozpełzania gruntu. Dla bryły gruntu przyjęto wymiary 32×20×7,2 m odpowiednio w kierunku *x*, *y* i *z*. W bieżącym rozdziale stosowano oznaczenia wielkości fizycznych przyjęte w literaturze przedmiotu [11, 20].



Rys. 2. Analizowany ruszt fundamentowy
Fig. 2. Analysed foundation framework.



Rys. 3. Model MES
Fig. 3. FEM model

W obliczeniach przyjęto wg [11] następujące dane:

1. Ruszt fundamentowy:
   - obciążenie normalne $q = 0{,}25$ MPa,
   - wysokość ław fundamentowych $h = 0{,}40$ m,
   - beton klasy B15
     - moduł Younga $E_b = 23000$ MPa,
     - współczynnik Poissona $\nu_b = 0{,}167$,
2. Posadzka piwnic:
   - obciążenie użytkowe $q_p = 1$ kN/m^2,
   - ciężar objętościowy $\gamma_1 = 22$ kN/m^3,
   - grubość posadzki $h_1 = 0{,}10$ m,
3. Podłoże gruntowe – glina piaszczysta:
   - stopień plastyczności $I_L = 0.16$,
   - spójność $c = 0.03$ MPa,
   - kąt tarcia wewnętrznego $\Phi = 20^o$,
   - moduł Younga $E = 30$ MPa,
   - współczynnik Poissona $\nu = 0{,}29$,
   - ciężar objętościowy $\gamma = 20$ kN/m^3.

Uwaga 1. W Instrukcji [11] siły wewnętrzne w ruszcie wyliczane są wg algorytmu przedstawionego w rozdziale 6. tej pracy. Bazuje on na założeniu równomiernego rozkładu zarówno naprężeń kontaktowych normalnych, jak i stycznych (dla przyjętej wielkości rozpełzania) na całej powierzchni kontaktu fundamentu z podłożem. Założenie to wynika z traktowania gruntu jako modelu winklerowskiego. W rozwiązywanym w niniejszym artykule zadaniu kontaktowym rusztu z warstwą sprężysto-plastyczną (lub sprężystą) można co najwyżej przyjąć równomierne obciążenie fundamentu, zaś rozkład normalnych naprężeń kontaktowych w płaszczyźnie styku nie jest z góry znany, lecz stanowi część poszukiwanego rozwiązania.

Wielkość współczynnika tarcia pomiędzy fundamentem i gruntem była przedmiotem licznych badań eksperymentalnych prowadzonych zwłaszcza w GIG [13, 14, 19, 20]. W wyniku tych badań ustalono związek pomiędzy maksymalnym naprężeniem stycznym Θ i normalnym naprężeniem kontaktowym σ w postaci zmodyfikowanego wzoru Coulomba-Mohra:

$$\Theta(\sigma) = K(\sigma)(\sigma \operatorname{tg} \Phi + c) \tag{19}$$

W pracach [11, 20] przedstawiono wynikający z tych badań wykres zależności współczynnika K od σ. W przedziale naprężeń [0,1, 0,4] MPa wykres ten jest linią prostą. Wstawiając ten liniowy związek do równania (19) otrzymuje się kwadratową funkcję $\Theta = \Theta(\sigma)$. Zmienny współczynnik tarcia wyznacza się jako $\mu(\sigma) = \Theta(\sigma)/\sigma$.

Uwaga 2. Innym sposobem „urealnienia" wielkości współczynnika tarcia na powierzchni kontaktu stosowanym w obliczeniach geotechnicznych, w stosunku do wielkości otrzymywanych ze wzoru Coulomba-Mohra, jest arbitralna redukcja kąta tarcia wewnętrznego Φ dla gruntu [3].

W modelu MES (rys. 3) przyjęto warunki brzegowe wynikające z podwójnej symetrii układu i założono sztywne podparcie bryły gruntowej w kierunku pionowym. Wymuszone pole przemieszczeń

$$\boldsymbol{u}^{ext} = \beta(t)\,(\varepsilon X_1, 0, 0)$$

generowane było poprzez przyrostową zmianę warunków brzegowych na płaszczyźnie prostopadłej do osi X_1 zamykającej bryłę podłoża.

Quasi-statyczny problem brzegowy rozwiązywany był w 60 krokach przyrostowo-iteracyjnych. W pierwszych dziesięciu stopniowo przyrastało obciążenia pionowe: ciężar własny gruntu, obciążenie fundamentu i siły przekazywane bezpośrednio z posadzki na grunt, tzn. rozwiązywany był problem kontaktowy docisku fundamentu do podłoża pod działaniem sił pionowych. W kolejnych 50 krokach przyrostowych, przy zachowaniu stałej wartości przyłożonych obciążeń pionowych, symulowany był proces rozpełzania gruntu od $\varepsilon = 0$ do maksymalnej wartości $\varepsilon = 0{,}005$.

Fundament przyjęto jako liniowo sprężysty o stałych materiałowych jak dla betonu B15, a grunt jako materiał sprężysto-plastyczny Coulomba-Mohra opisany stałymi E i ν w stanie sprężystym, a Φ i c w stanie plastycznym.

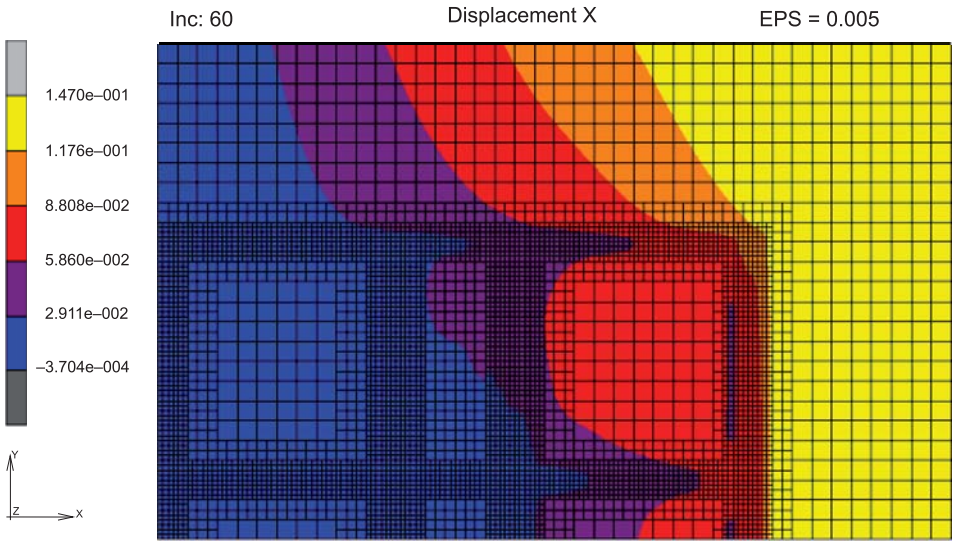
Do celów porównawczych rozwiązano analogiczne zadanie, ale dla gruntu sprężystego o tych samych stałych E i ν jak dla materiału Coulomba-Mohra.

4. Rezultaty obliczeń

Otrzymane wyniki obliczeń analizowano w sensie jakościowym pod kątem pojawienia się pewnych efektów zauważalnych zarówno przy obserwacji rzeczywistych obiektów budowlanych posadowionych na terenach górniczych, jak i w badaniach poligonowych [12–15, 17, 19, 20, 25]. Pokazane na rys. 4 przemieszczenia poziome, równoległe do kierunku wymuszonych odkształceń, pokazują efekt „kotwienia" powierzchni gruntu przez znacznie sztywniejszy fundament. Gdyby powierzchnia gruntu była swobodna w trakcie przechodzenia niecki (rozpełzania gruntu), to jej przemieszczenia i odkształcenia rozkładałyby się równomiernie (podobnie do pokazanych na rys. 5 przemieszczeń sztywniejszego gruntu sprężystego, który „wysuwa" się spod fundamentu). Obecność sztywnego fundamentu zaburza tę swobodną deformację, powodując, że sprężysto-plastyczny grunt doznaje znacznie mniejszych przemieszczeń i odkształceń pod budynkiem niż poza nim. Poślizgi względem fundamentu pojawiają się w pobliżu końcowej ławy poprzecznej.

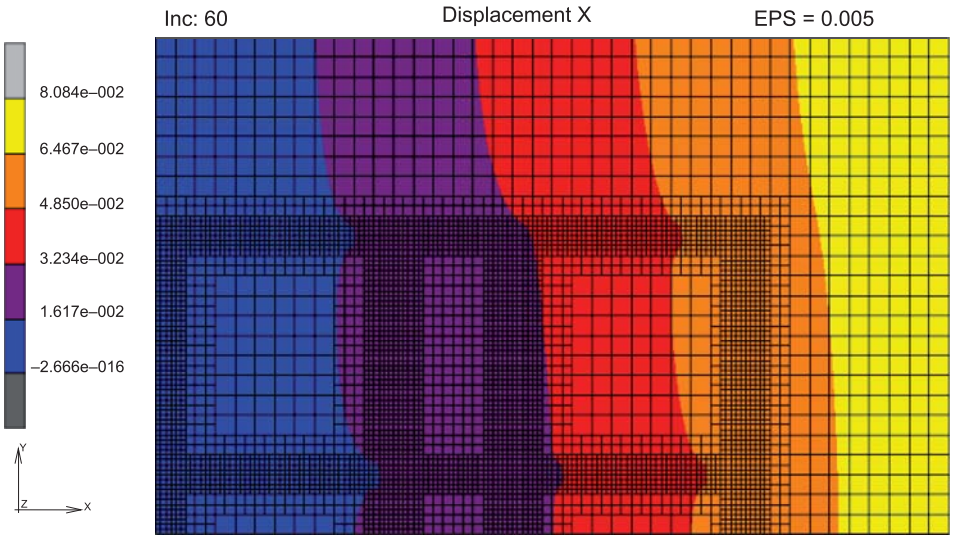
Drugim zjawiskiem towarzyszącym rozpełzaniu gruntu jest jego rozluźnienie przejawiające się we wzroście osiadań fundamentu przy stałej wielkości obciążeń pionowych. W pokazanych na rys. 6 i 7 przemieszczeniach pionowych widać efekt rozluźnienia w obu modelach gruntu. Różni je tylko skala. W gruncie sprężystym maksymalna wielkość u_z wzrasta z 2,32 cm do 3,84 cm, a w sprężysto-plastycznym z 2,65 cm do 14,02 cm. Zjawisko to powoduje dodatkowe zginanie rusztu fundamentowego.

W pełnej korelacji z przedstawionymi wykresami przemieszczeń poziomych pozostają otrzymane rozkłady stycznych naprężeń kontaktowych. Wyznaczono je w pokazanych na rys. 2 przekrojach A–A i B–B dla obu rodzajów gruntu. Pierwszy przekrój biegnie wzdłuż ławy równoległej do kierunku rozpełzania, drugi przecina prostopadle ławy poprzeczne.



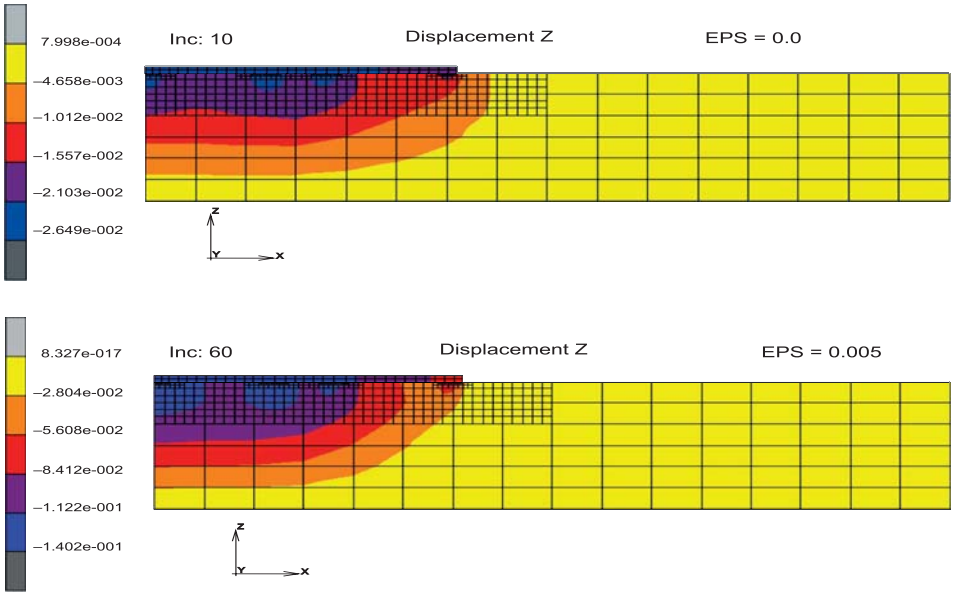
Rys. 4. Grunt sprężysto-plastyczny – przemieszczenia poziome u_x

Fig. 4. Elastic-plastic soil – horizontal displacements u_x



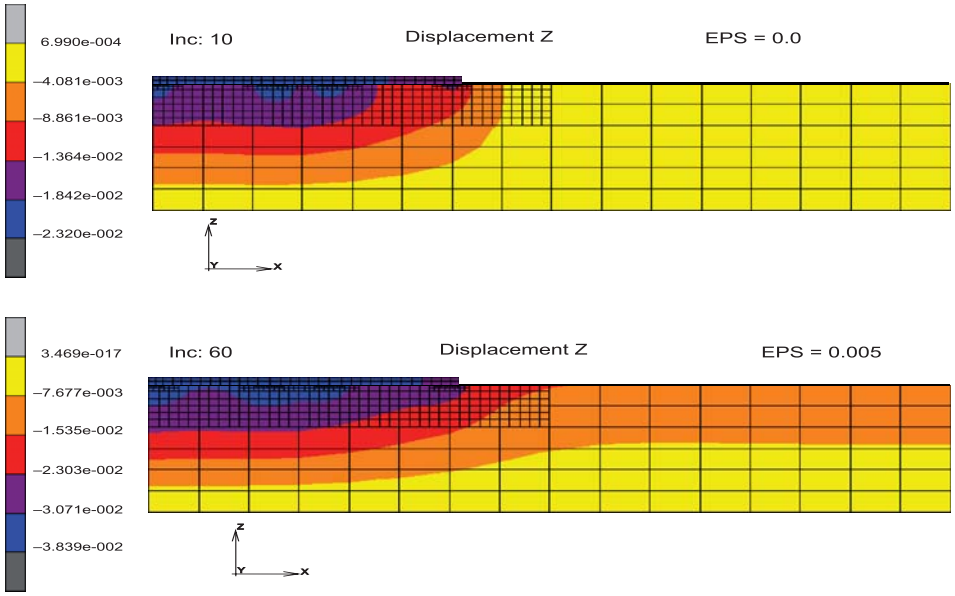
Rys. 5. Grunt sprężysty − przemieszczenia poziome u_x

Fig. 5. Elastic soil − horizontal displacements u_x



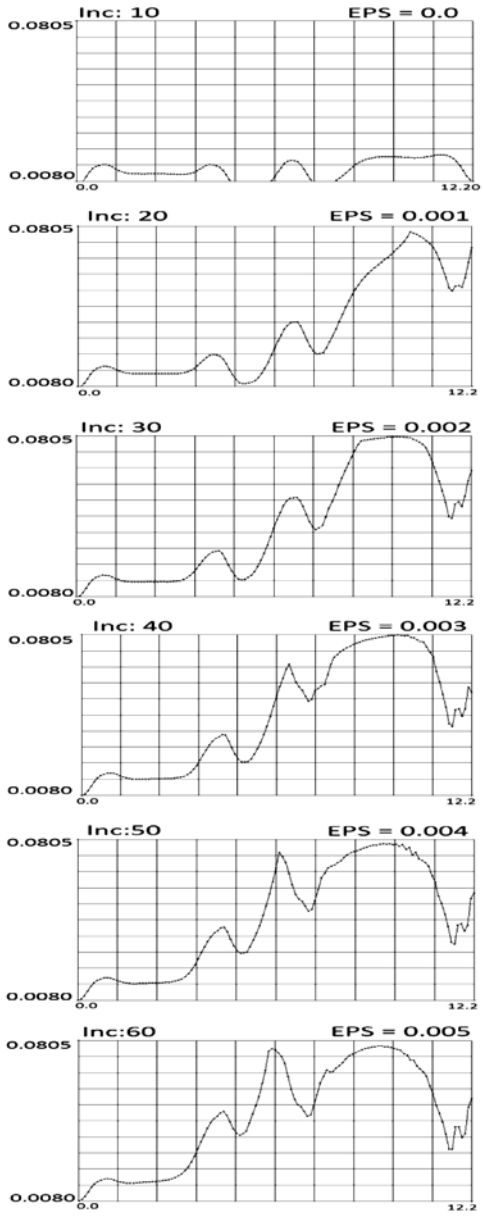
Rys. 6. Grunt sprężysto-plastyczny – przemieszczenia pionowe u_z

Fig. 6. Elastic-plastic soil – vertical displacements u_z



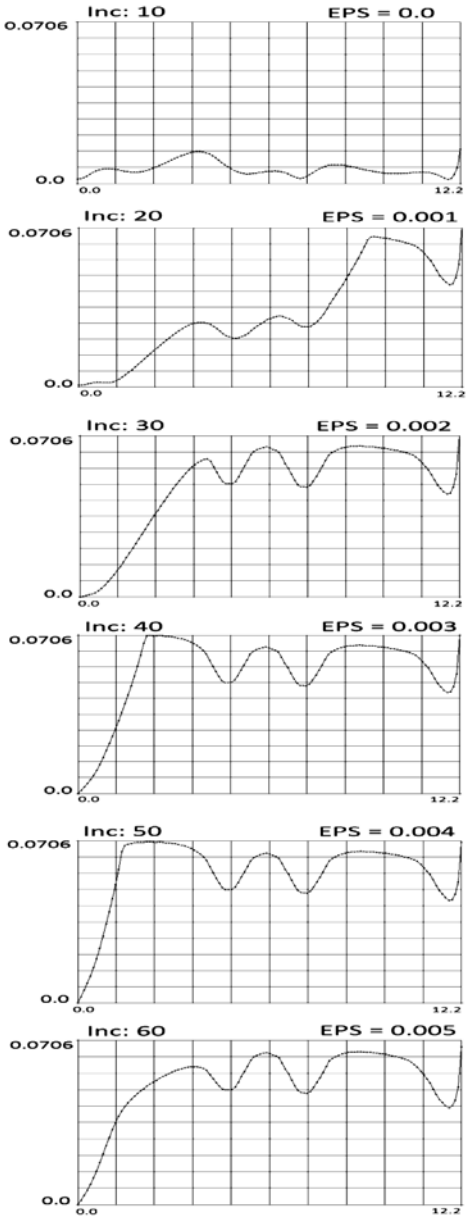
Rys. 7. Grunt sprężysty – przemieszczenia pionowe u_z

Fig. 7. Elastic soil – vertical displacements u_z



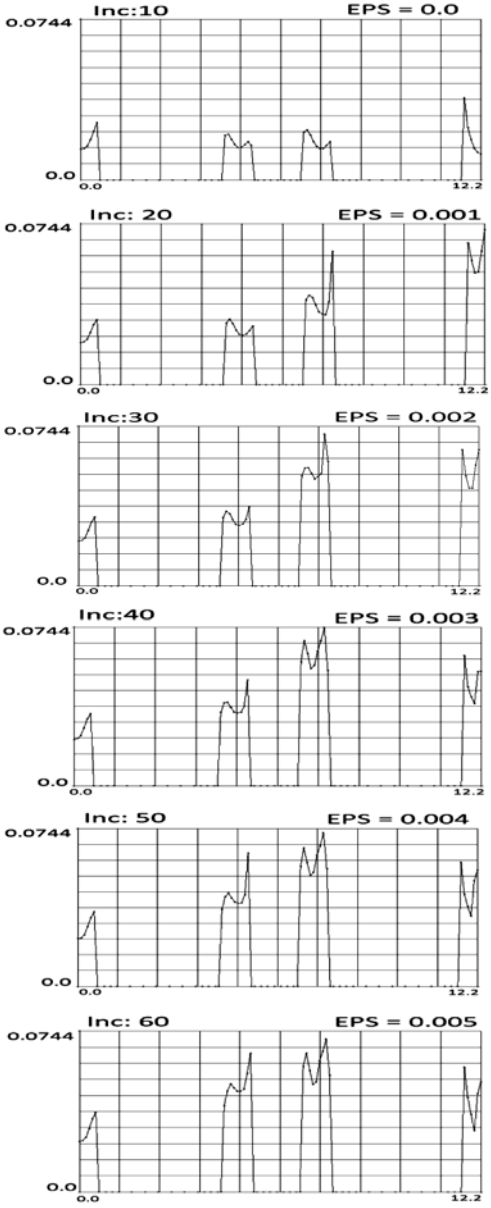
Rys. 8. Grunt sprężysto-plastyczny. Przekrój A−A. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

Fig. 8. Elastic-plastic soil. Cross section A−A. Change of the tangential contact stresses due to creeping



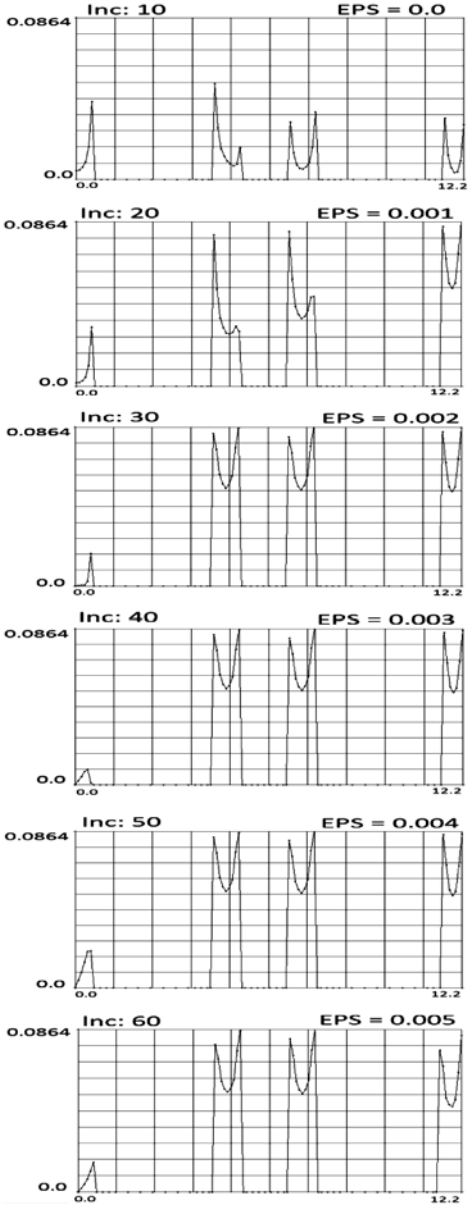
Rys. 9. Grunt sprężysty. Przekrój A–A. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

Fig. 9. Elastic soil. Cross Section A−A. Change of the tangential contact stresses due to creeping



Rys. 10. Grunt sprężysto-plastyczny. Przekrój B−B. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

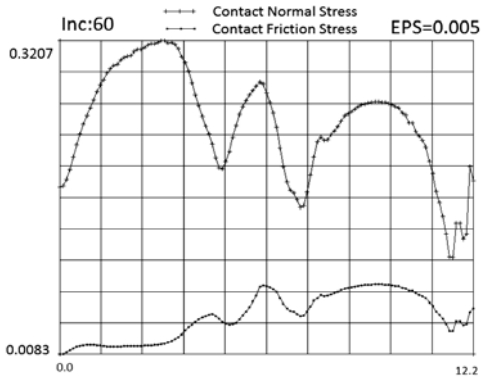
Fig. 10. Elastic-plastic soil. Cross section B−B. Change of the tangential contact stresses due to creeping



Rys. 11. Grunt sprężysty. Przekrój B−B. Zmiana stycznych naprężeń kontaktowych ze wzrostem pełzania

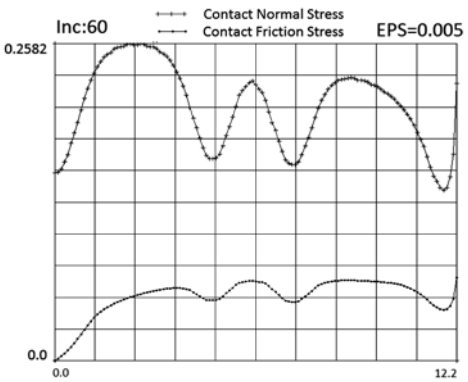
Fig. 11. Elastic soil. Cross Section B−B. Change of the tangential contact stresses due to creeping.

Na rys. 12 i 13 przedstawiono rozkłady naprężeń kontaktowych normalnych i stycznych wzdłuż ławy równoległej (w przekrojach A−A) dla obu rodzajów gruntu przy maksymalnym poziomie rozpełzania:



Rys. 12. Model sprężysto-plastyczny. Naprężenia kontaktowe normalne i styczne

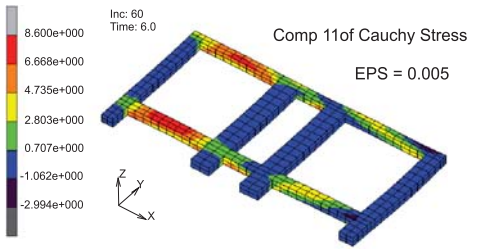
Fig. 12. Elastic-plastic model. Normal and tangential contact stresses



Rys. 13. Model sprężysty. Naprężenia kontaktowe normalne i styczne

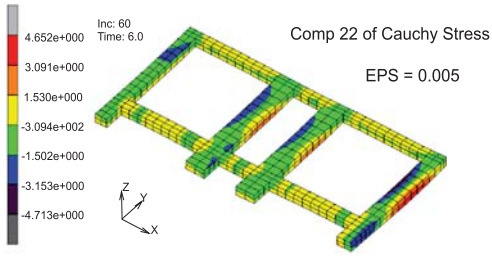
Fig. 13. Elastic model. Normal and tangential contact stresses

Na rys. 14 i 15 przedstawiono naprężenia normalne σ_x i σ_y w liniowo sprężystym ruszcie fundamentowym. Nierównomierne rozkłady tych naprężeń wskazują na wyraźny, oprócz sił osiowych, wpływ momentów zginających zarówno w płaszczyźnie, jak i z płaszczyzny rusztu. Ponieważ w modelu przyjętym w [11] wylicza się siły osiowe i później, w uproszczony sposób, tylko momenty zginające w płaszczyźnie rusztu, porównanie otrzymanych wyników ograniczono do sił podłużnych w przekrojach oznaczonych na rys. 2 jako a−a do f−f. Za podstawowe przyjęto rezultaty uzyskane dla modelu sprężysto-plastycznego (MSP)



Rys. 14. Model sprężysto-plastyczny. Naprężenia normalne σ_x w ruszcie fundamentowym

Fig. 14. Elastic-plastic model. Normal stresses σ_x in the foundation framework



Rys. 15. Model sprężysto-plastyczny. Naprężenia normalne σ_y w ruszcie fundamentowym

Fig. 15. Elastic-plastic model. Normal stresses σ_y in the foundation framework

i porównano z nimi analogiczne siły w modelu sprężystym (MS) oraz w modelu z Instrukcji [11] − (ITB). Wyniki zamieszczono w tabeli:

Tabela 1

Porównanie sił podłużnych z modelu sprężysto-plastycznego (MSP) z siłami w modelu sprężystym (MS) oraz w modelu z Instrukcji (ITB)

	MSP	MS		ITB	
	N_{MSP} [MN]	N_{MS} [MN]	ΔN [%]	N_{ITB} [MN]	ΔN [%]
a−a	0,582	0,764	31,3	0,836	43,6
b−b	0,403	0,474	17,6	0,513	34,6
c−c	0,248	0,267	7,7	0,286	28,2
d−d	0,874	1,142	30,7	1,141	30,5
e−e	0,669	0,721	7,8	0,701	4,8
f−f	0,332	0,411	23,8	0,382	15,1

5. Wnioski

Spójny obraz deformacji i związanego z nią rozkładu naprężeń kontaktowych i sił przekrojowych pozwala uznać wyniki otrzymane z modelu (MSP) za godne zaufania. Mogą on stanowić podstawę do oceny wielkości zapasów bezpieczeństwa jakie daje stosowanie procedur zalecanych inżynierom w wytycznych ITB.

Z analizy pokazanych na rys. 8 do 13 rozkładów naprężeń w strefie kontaktu fundamentu z podłożem gruntowym można wysnuć kilka wniosków:

- w sposób oczywisty normalne i styczne naprężenia kontaktowe nie rozkładają sie równomiernie,
- w miejscach poślizgów naprężenia styczne dążą do pewnego wyrównania w pobliżu wartości granicznej,
- potwierdza się znany z literatury [19] fakt, że po dojściu odkształceń poziomych do wielkości ok. 3 mm/m nie następuje dalszy wzrost sił wewnętrznych w ławach mimo wzrostu rozpełzania (wykresy naprężeń stycznych pozostają prawie stałe).

Z punktu widzenia praktyki projektowej największe znaczenie ma znajomość sił podłużnych w przekrojach a–a i d–d i w obydwóch, zarówno dla modelu sprężystego (MS), jak i modelu (ITB), przekraczają one o ponad 30% wielkości sił wyznaczonych dla gruntu sprężysto-plastycznego. Ten fakt jest konsekwencją rozkładów naprężeń stycznych pokazanych na rys. 8 do 11. Wykres w modelu (MSP) można przybliżyć trójkątem, w modelu (MS) bardziej prostokątem, a w (ITB) jest to ściśle prostokąt.

Jak już wcześniej zaznaczono, by móc uzyskać przedstawione wyżej porównania (zwłaszcza z modelem (ITB)) zdecydowano się analizować zadanie, w którym kierunek rozpełzania pokrywa się z jedną z osi symetrii rusztu. Jednak wytyczne wymagają od projektanta takiej analizy przy dowolnym kierunku odkształceń poziomych gruntu. Przykład rozwiązywanego przez autora niniejszego opracowania zbliżonego problemu, ale przy dowolnym kierunku rozpełzania pokazano w pracy [23].

Praktyczne możliwości zastosowania MES w analizie oddziaływania podłoża górniczego na budowle są znacznie szersze od wyżej przedstawionych. Łatwość modelowania nawet skomplikowanych kształtów budowli, precyzyjny dobór modeli fizycznych dla gruntu i konstrukcji, lepsze przybliżanie zjawisk w strefie kontaktu i wreszcie możliwość analizy rozwoju niecki górniczej w czasie stwarzają perspektywy dużo bardziej dokładnego przewidywania wpływu potencjalnych oddziaływań górniczych na budowle, zarówno istniejące, jak i te dopiero projektowane.

Literatura

[1] Belytschko T., Liu W.K., Moran B., *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*, Wiley, 2000.

[2] Budzianowski Z., Lessaer S., *O krzywiznach odkształconej powierzchni terenu podlegającego wpływom eksploatacji górniczej w zakresie potrzeb budownictwa*, Archiwum Inżynierii Lądowej, t. 14, nr 3, 1968.

[3] Cudny M., Binder K., *Kryteria wytrzymałości gruntu na ścinanie w zagadnieniach geotechniki*, Inżynieria Morska i Geotechnika, 6, 2005.

[4] Florkowska L., *Wybrane problemy współdziałania budowli z górotworem*, Prace IMG PAN, Rozprawy, monografie 3, Kraków 2003.

[5] Florkowska L., Walaszczyk J., *O możliwościach komputerowego modelowania współpracy budowli z deformującym się podłożem górniczym*, Archives of Mining Sciences, 49, 2004.

[6] Florkowska L., Cygan J., Leśniak J., Tajduś K., Walaszczyk J., *Metody analizy numerycznej współdziałania budynku z podłożem deformującym się wskutek eksploatacji podziemnej*, Prace IMG PAN, t. 8, nr 1–4, 2006

[7] Florkowska L., Walaszczyk J., *The numerical modeling of the subsoil deformation influence on a building*, Archives of Mining Sciences, 51, 2006.

[8] Instrukcja ITB nr 286, *Wytyczne projektowania budynków o ścianowym układzie nośnym podlegających wpływowi eksploatacji górniczej*, Warszawa 1989.

[9] Instrukcja ITB nr 332, *Projektowanie hal stalowych na terenach górniczych wraz z komentarzem i przykładami*, Warszawa 1994.

[10] Instrukcja ITB nr 364, *Wymagania techniczne dla obiektów budowlanych wznoszonych na terenach górniczych*, Warszawa 2007.

[11] Instrukcja ITB nr 416, *Projektowanie budynków na terenach górniczych*, Warszawa 2006.

[12] Kawulok M., *Niektóre wyniki badań wpływu eksploatacji górniczej na budynek mieszkalny*, Ochrona Terenów Górniczych, 56, 1981.

[13] Kwiatek J. i inni, *Badania terenowe wpływu podziemnej eksploatacji górniczej na budowle eksperymentalne*, Prace GIG, Komunikat nr 620, Katowice 1974.

[14] Kwiatek J., *Wpływ rozpełzania podłoża na siły rozciągające w fundamentach budowli*, Prace GIG, Katowice 1967.

[15] Kwiatek J., *Wybrane problemy geotechniki terenów górniczych*, Wyd. PAN 1984.

[16] Laursen T.A., Simo J.C., *A Continuum – based Finite Element Formulation for the Implicite Solution of Multibody, Large Deformation Frictional Contact Problems*, Int. J. Num. Meth. Eng., 36, 1993.

[17] Majewski S., *Sprężysto-plastyczny model współpracującego układu budynek-podłoże poddanego wpływom górniczych deformacji terenu*, Zeszyty Naukowe Politechniki Śląskiej, Seria Budownictwo, z. 79, Gliwice 1995.

[18] MSC. Marc 2007, *User's Manual,* MSC. Software Corp., 2007.
[19] Praca zbiorowa pod redakcją M. Boreckiego, *Ochrona powierzchni przed szkodami górniczymi*, Wyd. Śląsk, Katowice 1980.
[20] Praca zbiorowa pod kierunkiem J. Kwiatka, *Ochrona obiektów budowlanych na terenach górniczych*, Wyd. GIG, Katowice 1997.
[21] Rojek J., *Modelowanie i symulacja komputerowa złożonych zagadnień mechaniki nieliniowej Metodami Elementów Skończonych i Dyskretnych*, Prace IPPT PAN, 4/2007, Warszawa 2007.
[22] Szefer G., Jasińska D., *Dynamic Analysis of Large Deformation Contact of Elastic Bodies*, J. Theor. Appl. Mech., 40,1, 2002.
[23] Świerczek M., *In Plane Friction of Elastic Bodies Undergoing Kinematic Quasi-Static Excitations*, Archiwum Inżynierii Lądowej, t. 53, nr 1, 2007.
[24] Telega J.J., *Metody wariacyjne i analiza wypukła w zagadnieniach kontaktowych i homogenizacji*, IPPT PAN, 1990, Praca habilitacyjna.
[25] Wasilkowski F., *Wpływ rozpełzania podłoża na fundamenty budowli posadowionych terenach górniczych*, Inżynieria i Budownictwo, nr 6 i 7, 1966.

BUDOWNICTWO
CZASOPISMO TECHNICZNE
TECHNICAL TRANSACTIONS
CIVIL ENGINEERING
WYDAWNICTWO POLITECHNIKI KRAKOWSKIEJ
1-B/2012
ZESZYT 2
ROK 109
ISSUE 2
YEAR 109

KRZYSZTOF ZIMA*

CHARAKTERYSTYKA NAJCZĘŚCIEJ STOSOWANYCH NA ŚWIECIE SYSTEMATYK ROBÓT BUDOWLANYCH

CHARACTERISTIC OF THE MOST COMMONLY USED CONSTRUCTION WORK SYSTEMATICS IN THE WORLD

Streszczenie

W Polsce zauważalny jest brak powszechnie stosowanej systematyki robót budowlanych wykorzystywanej do celów klasyfikowania i systematyzowania robót budowlanych. Taka systematyka może być używana w celu ułatwienia porównywania przedmiarów i kosztorysów oraz pokazania zależności między dokumentacją techniczną a opracowaniami kosztowymi. Systematyka taka powinna pozwolić na klasyfikację robót budowlanych, elementów i materiałów w każdej fazie prowadzonej inwestycji budowlanej. W artykule przedstawiono ideę i krótko scharakteryzowano najczęściej stosowane na świecie systematyki robót budowlanych. Dokonano porównania wybranych systematyk. Został pokazany również przykład zastosowania wybranych systematyk.

Słowa kluczowe: systematyka robót budowlanych, Omniclass, Masterform, Uniform

Abstract

In Poland, most noticeable is the lack of a widely used systematic of construction works for the classifying and systematizing works. Such a systematic should be used in order to facilitate cost estimation and quantity takeoff comparisons and to show the relationship between the technical documentation and cost studies. Such systematic may allow for classification of construction works, elements and materials in each phase of construction investment. The article presents the idea and characterizes shortly the world's most widely used construction works systematics. A comparison of selected systematics was made. It was also shown an example of selected systematics.

Keywords: systematic of construction works, Omniclass, Masterform, Uniform

* Dr inż. Krzysztof Zima, Zakład Technologii i Organizacji w Budownictwie, Wydział Inżynierii Lądowej, Politechnika Krakowska.

1. Wstęp

W Polsce istnieje potrzeba wprowadzenia systemu kodowania, który określiłby pewne reguły porządkujące dokumentację budowlaną lub kosztową w każdej fazie prowadzonej inwestycji budowlanej. Słowo *kod* pochodzi z łaciny i oznacza umówiony system słów, cyfr lub innych znaków. Kodowanie oznacza, zatem przeniesienie zawartości jakiegoś pojęcia do systemu [11]. System pochodzi z greckiego i oznacza uporządkowany zestaw części w całości. Aby jednak zbudować system, konieczne jest uporządkowanie elementów składowych systemu, tak aby klasyfikacja ułatwiła opis i analizę systemu.

Wprowadzenie metod komputerowych, a szczególności nowej idei BIM (*Building Information Modeling)* – modelowania informacji o budynku – wymaga kodów potrzebnych do przetwarzania informacji, między innymi przy przygotowywaniu różnych dokumentów przechowywanych w jednym pliku (bazie danych) lub powiązanych w różnych plikach danych (bazach danych).

Pozwala również na uporządkowanie zakresu prac zgodnie z przyjętą systematyką, który może być automatycznie pozyskany z modelu obiektu wykonanego w technologii BIM i następnie wykorzystany dla celów kosztorysowania lub harmonogramowania.

2. Klasyfikacje robót budowlanych wg stanu prawnego w Polsce

Jeden z dokumentów, którego zadaniem jest m.in. określenie zakresu robót, to przedmiar. Przedmiar robót zdefiniowany jest w rozporządzeniu Ministra Infrastruktury z dnia 2 września 2004 r. w sprawie szczegółowego zakresu i formy dokumentacji projektowej, specyfikacji technicznych wykonania i odbioru robót budowlanych oraz programu funkcjonalno-użytkowego jako część dokumentacji projektowej.

Przedmiar robót zgodnie z tym rozporządzeniem powinien zawierać zestawienie przewidywanych do wykonania robót podstawowych w kolejności technologicznej ich wykonania wraz z ich szczegółowym opisem lub wskazaniem podstaw ustalających szczegółowy opis oraz wskazaniem właściwych specyfikacji technicznych wykonania i odbioru robót budowlanych, z wyliczeniem i zestawieniem ilości jednostek przedmiarowych robót podstawowych. Rozporządzenie to dotyczy dokumentacji projektowej sporządzanej w przypadku zamówień publicznych i wprowadza konieczność zestawienia robót w kolejności technologicznej ich wykonania.

Co więcej wg rozporządzenia spis działów przedmiaru robót powinien przedstawiać podział wszystkich robót budowlanych w danym obiekcie na grupy robót według Wspólnego Słownika Zamówień (CPV – *Common Procurement Vocabulary*).

Rozporządzenie odwołuje się zatem do słownika wymaganego w zamówieniach publicznych, wprowadzonego w Polsce z chwilą wejścia do Unii Europejskiej, którego celem jest klasyfikacja zamówień (nie tylko na roboty budowlane) na rynku europejskim. Na słownik CPV składa się słownik główny i uzupełniający. W słowniku głównym znajdują się nazwy towarów, usług i robót budowlanych.

Słownik CPV w dziale 45 – Roboty budowlane (kod 45000000-7) dzieli się na 5 grup:

- Przygotowanie terenu pod budowę (kod 45100000-8);
- Roboty budowlane w zakresie wznoszenia kompletnych obiektów budowlanych lub ich części oraz roboty w zakresie inżynierii lądowej i wodnej (kod 45200000-9);

– Roboty instalacyjne w budynkach (kod – 45300000-0);
– Roboty wykończeniowe w zakresie obiektów budowlanych (kod 45400000-1);
– Wynajem maszyn i urządzeń wraz z obsługą operatorską do prowadzenia robót z zakresu budownictwa oraz inżynierii wodnej i lądowej (kod 45500000-2).

Słownik uzupełniający (dodatkowy) stosowany jest w celu rozszerzenia opisu przedmiotu zamówienia. Sekcja „I" słownika uzupełniającego opisuje pozostałe atrybuty dotyczące budowy/robót budowlanych w grupie „A" – Atrybuty dotyczące budowy/robót budowlanych. Niniejsza grupa obejmuje atrybuty służące do opisu rodzaju robót lub szczególnych cech robót oraz atrybuty służące do opisu zamierzonego celu robót. I tak przykładowo opis zamówienia może być rozszerzony o podanie kodów ze słownika uzupełniającego:
– IA01-9 Projekt i budowa,
– IA02-2 Projekt i układanie,
– IA03-5 Rozbudowa,
– IA04-8 Zewnętrzne,
– IA05-1 Prace wykończeniowe.

Wg rozporządzenia Ministra Infrastruktury z 2 września 2004 r. w sprawie szczegółowego zakresu i formy dokumentacji projektowej, specyfikacji technicznych wykonania i odbioru robót budowlanych oraz programu funkcjonalno-użytkowego dalszy podział przedmiaru robót należy opracować według systematyki ustalonej indywidualnie lub na podstawie systematyki stosowanej w publikacjach zawierających kosztorysowe normy nakładów rzeczowych. I tu wyłania się już wymóg zastosowania własnej systematyki (stworzonej przez autora przedmiaru) lub skorzystanie z już istniejącej. Systematyki takie istnieją faktycznie na świecie, lecz w Polsce nie są jeszcze rozpropagowane.

Można wprawdzie wyróżnić kilka klasyfikacji używanych w Polsce, lecz używanych głównie do celów statystycznych:
– Polska Klasyfikacja Wyrobów i Usług (PKWiU) jest klasyfikacją produktów, znajdujących się w polskim obiegu gospodarczym,
– Polska Klasyfikacja Działalności – umożliwiająca określenie typu wykonywanej działalności gospodarczej,
– Europejska Klasyfikacja Działalności Gospodarczej (NACE) – umożliwiająca określenie typu wykonywanej działalności gospodarczej,
– Klasyfikacja Środków Trwałych (KŚT) jest jedną z podstawowych systematyk wykorzystywanych do celów ewidencyjnych, przy prowadzeniu działalności gospodarczej,
– Polska Klasyfikacja Obiektów Budowlanych (PKOB) stanowi usystematyzowany wykaz obiektów budowlanych, rozumianych jako produkty finalne działalności budowlanej.

Pierwszą próbą wprowadzenia jednolitej klasyfikacji robót w zakresie opracowań kosztowych w Polsce była Wartość Kosztorysowa Inwestycji (określona po raz pierwszy w 2001 r.) przedstawiana zgodnie z obowiązującym obecnie rozporządzeniem Rady Ministrów z 2 grudnia 2010 r. w sprawie szczegółowego sposobu i trybu finansowania inwestycji z budżetu państwa (Dz. U. Nr 238 poz. 1579) w podziale na 7 grup kosztów:
1) pozyskanie działki budowlanej,
2) przygotowanie terenu i przyłączenie obiektów do sieci,
3) budowa obiektów podstawowych,
4) instalacje,
5) zagospodarowanie terenu i budowa obiektów pomocniczych,

6) wyposażenie,
7) prace przygotowawcze, projektowe, obsługa inwestorska, nadzór autorski oraz ewentualnie szkolenia i rozruch.

Jednakże szczegółowy zakres kosztów ani żadne wytyczne dotyczące ich klasyfikacji nie zostały zamieszczone w rozporządzeniu. Jedynie wytyczne w Środowiskowych Zasadach Obliczania Wartości Kosztorysowej Inwestycji Budowlanych [5] oraz układ kosztów przyjęty w wydawnictwie Sekocenbud WKI [6] ustalają bardziej szczegółowy podział i przyporządkowanie kosztów do odpowiednich grup. Wprowadzone po raz pierwszy tym samym rozporządzeniem pojęcie Szacowanego Łącznego Kosztu Inwestycji nie precyzuje w ogóle w jakim układzie kosztów ma być sporządzane.

3. Idea klasyfikacji robót budowlanych i korzyści z jej stosowania

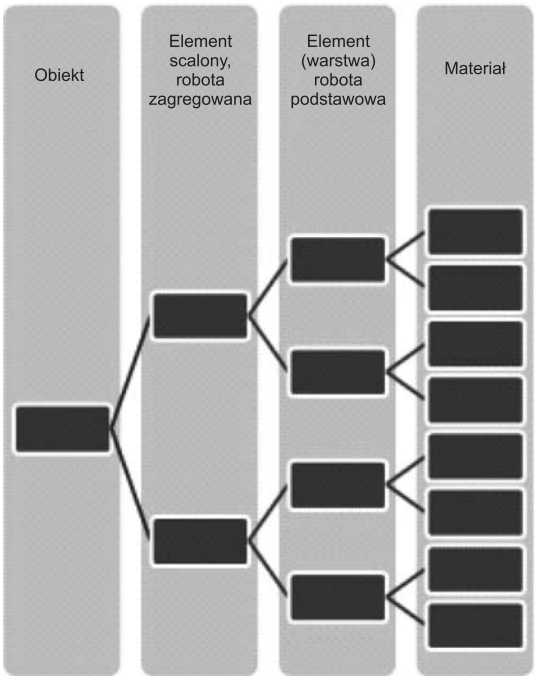
Wprowadzenie systematyki zapewnia spójność ekonomiczną oceny projektów budowlanych w czasie i poprawia zarządzanie projektem oraz raportowanie na wszystkich etapach cyklu życia budynku: w fazie koncepcji, planowania, programowania, projektowania, budowy, utrzymania obiektu budowlanego, a także rozbiórki.

Korzyści stosowania systematyki robót budowlanych obejmują zapewnienie jednolitego formatu zbierania i analizy danych historycznych służących do oszacowania i budżetowania przyszłych projektów, dostarczając listę kontrolną dla procesu szacowania kosztów, ułatwiając komunikację między członkami zespołu projektowego w zakresie uzgadniania szczegółów rozwiązań projektowych oraz tworząc bazę danych do automatycznego szacowania kosztów.

Podstawową zaletą stosowania systemów klasyfikacji jest zwiększenie skuteczności w realizacji każdego etapu cyklu życia budynku. Zastosowanie systematyki na każdym etapie procesu budowlanego powoduje istotne oszczędności. Dane wprowadzone w spójnym formacie nie będą musiały zostać wprowadzone ponownie w kolejnych fazach cyklu życia budynku. Użytkownicy będą rozumieć i być w stanie porównać informacje na każdym etapie inwestycji, ponieważ wiąże się to z zastosowaniem wspólnych, jednolitych standardów (elementarnej struktury klasyfikacji) [4].

Produkcja budowlana może być rozpatrywana z czterech punktów widzenia (rys. 1):
– jako ostateczny produkt - obiekt budowlany,
– jako częściowy produkt o ustalonym stopniu scalenia – element scalony lub robota zagregowana,
– jako częściowy produkt o ustalonym stopniu scalenia – robota podstawowa,
– jako zasób (czynnik produkcji) – praca, materiał, sprzęt.

W celu uzyskania spójności i przejrzystości całej dokumentacji projektowej opisującej przedmiot zamówienia oraz powstających na bazie dokumentacji opracowań takich jak specyfikacje techniczne lub opracowania kosztowe należy wprowadzić taką systematykę w budownictwie, która pozwoli na jednoznaczną identyfikację zarazem obiektu, elementu i czynników produkcji w wyżej wymienionych opracowaniach. Ustalone zasady systematyzacji robót powinny być stosowane dla oznaczania pozycji w specyfikacjach technicznych, przedmiarze robót i kalkulacjach kosztorysowych. Te same oznaczenia klasyfikacyjne powinny być używane w dokumentach budowy [11].



Rys. 1. Przykład graficznego przedstawienia idei klasyfikacji w budownictwie (źródło: opracowanie własne)

Fig. 1. Example of graphical presentation idea of construction work classification (own source)

Systematyka robót dla przedsięwzięcia budowlanego powinna, więc obejmować:

1) ustalenie klasyfikacji robót budowlanych wchodzących w zakres przedsięwzięcia np. dokonanie podziału robót na grupy, podgrupy, klasy oraz kategorie;
2) ustalenie i sporządzenie wykazu jednolitych oznaczeń kodowych odpowiadających rodzajom poszczególnych robót przy różnym stopniu scalenia.

W celu optymalizacji użyteczności takiej klasyfikacji robót budowlanych powyższe czynności należałoby w Polsce powiązać z:

1) ustaleniem i sporządzeniem opisów zakresów robót objętych poszczególnymi pozycjami przedmiaru,
2) ustaleniem i sporządzeniem jednolitych i spójnych zasad przedmiarowania robót budowlanych,
3) ustaleniem i sporządzeniem podstawowych zasad odbiorów i płatności za roboty objęte poszczególnymi pozycjami przedmiaru robót.

4. Wybrane systemy klasyfikacji używane na świecie

Na świecie istnieje wiele systemów klasyfikacji wykorzystywanych w budownictwie. Przykładowe systemy klasyfikacji zostały przedstawione w tabeli 1.

Tabela 1

Wybrane systemy klasyfikacji robót budowlanych stosowane na świecie

Skrót	Pełna nazwa	Uwagi
ETIM	European Technical Information Model	klasyfikacja wyrobów instalacyjnych na rynku międzynarodowym (opisu wyrobów) opracowana w Holandii
IDM	Information Delivery Manual	określa procesy podejmowane w ramach budownictwa, informacje niezbędne do ich wykonania i wyniki działalności budowlanej
IFC	Industry Foundation Classes	globalny, niezależny od aplikacji standard branżowy służący do wymiany danych o projektach i zarządzaniu nieruchomościami pomiędzy aplikacjami typu BIM, opracowany przez International Alliance for Interoperability (IAI)
SfB	Samarbetskommitten for Byggnadsfragor	jeden z pierwszych systemów klasyfikacji robót budowlanych opracowany w Szwecji w 1959 r., stał się podstawą do opracowania m.in. norweskiego systemu norm i klasyfikacji
STEP	Standard for The Exchange of Product model data	standard wymiany danych w formacie CAD, zawiera reprezentację danych produktu niezależnie od systemów hard- i software
Uniclass	United Classyfication for the Construction Industry	brytyjski system klasyfikacji opracowany dla przemysłu budowlanego
OmniClass	OmniClass	OmniClass jest standardem do klasyfikacji wszystkich informacji budowlanych. Koncepcja OmniClass pochodzi z międzynarodowo uznawanych standardów, które zostały opracowane przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) i Międzynarodowe Stowarzyszenie Informacji Budowlanych (ICIS)
CSI Masterformat	Construction Specifications Institute Masterformat	standard ten jest najczęściej stosowany w celu tworzenia specyfikacji i innych informacji o obiektach budowlanych dla instytucjonalnych i komercyjnych projektów budowlanych w USA i Kanadzie
Uniformat I	Uniformat I	system klasyfikacji opracowany wspólnie przez General Services Administration (GSA) i American Institute of Architects (AIA) w 1972 roku do oceny i analizy kosztów projektu
Uniformat II	Uniformat II	Uniformat II, wydany po raz pierwszy przez ASTM (American Society for Testing and Materials) w 1993 roku, jest ulepszoną wersją Uniformat I
CEEC	European Committee of Construction Economists	klasyfikacja stworzona przez European Committee of Construction Economists (CEEC) – europejskie stowarzyszenie przedstawicieli stowarzyszeń krajowych ekonomistów budowlanych (kosztorysantów) z różnych krajów w Europie i Unii Europejskiej

* Źródło: opracowanie własne

Trzy najbardziej rozpowszechnione systemy klasyfikacji robót używane w klasyfikowaniu specyfikacji, pozycji kosztorysowych itp. to Uniformat, OmniClass i Masterformat. Te systemy zostaną krótko scharakteryzowane poniżej.

UNIFORMAT II

Uniformat II jest formatem klasyfikacji elementów budowlanych związanym z materiałami i miejscem ich wbudowania [10]. Elementy są głównymi składnikami stałymi dla większości budynków. Zazwyczaj pełnią daną funkcję bez względu na projekt specyfikacji, metodę budowy lub użyty materiał. Uniformat II, wydany po raz pierwszy przez ASTM w 1993 roku, jest ulepszoną wersją pierwotnej klasyfikacji Uniformat.

OMNICLASS

Budowlany System Klasyfikacji (znany jako OmniClass lub OCCS) to system klasyfikacji przeznaczony dla budownictwa [9]. OmniClass jest standardem klasyfikacji wszystkich informacji budowlanych. Koncepcja OmniClass pochodzi z międzynarodowo uznawanych standardów, które zostały opracowane przez Międzynarodową Organizację Normalizacyjną (ISO) i Międzynarodowe Stowarzyszenie Informacji Budowlanych (ICIS).

OmniClass jest przydatna do wielu zastosowań: tworzenia bibliotek materiałów, porządkowania literatury dotyczącej produktu i informacji o projekcie, do zapewnienia struktury klasyfikacji używanych w elektronicznych bazach danych. Zawiera połączenie innych istniejących systemów obecnie stosowanych jako podstawa wielu z nich jak chociażby MasterFormat, Uniformat II.

Klasyfikacja Omniclass jest bardzo rozbudowaną klasyfikacją składającą się z 15 powiązanych tablic klasyfikujących informacje budowlane wg podziału np. obiektów i wydzielonych przestrzeni w zależności od ich funkcji, formy lub robót budowlanych wg elementów, produktów, rezultatów prac, materiałów itp.

MASTERFORMAT

Przed 2004 r. MasterFormat składał z 16 działów. Obecnie jest to 50 działów odnoszących się do 50 różnych informacji budowlanych, zgodnie z definicją CSI (*Construction Specifications Institute*) [8]. Standard ten jest najczęściej stosowany w celu tworzenia specyfikacji i innych informacji o obiektach budowlanych dla instytucjonalnych i komercyjnych projektów budowlanych w USA i Kanadzie. Udostępnia ona listę działów oraz numery i tytuły sekcji w każdym dziale w celu organizowania informacji o wymaganiach budowlanych wznoszonego obiektu. Standaryzacja prezentacji takich informacji poprawia komunikację między wszystkimi stronami zaangażowanymi w przedsięwzięcie budowlane, porządkując przedsięwzięcie przy pomocy listy numerów i tytułów sklasyfikowanych według wyników pracy. Masterformat jest wykorzystywany głównie do organizowania szczegółowych informacji dotyczących kosztów, wraz z odnoszącymi się do nich informacjami zawartymi w projekcie, przedmiarze robót i specyfikacjach.

Tabela 2

Porównanie głównych grup klasyfikacji informacji w wybranych systemach

Uniformat II	Master Format (CSI)	Omniclass (Tab. 21)
A. Podziemne części konstrukcji	Ogólna podgrupa wymagań	21-21 00 00 Profilowanie i równanie terenu
B. Nadziemne części konstrukcji	Podgrupa obiektów budowlanych	21-31 00 00 Elementy wykończenia
C. Wykończenie wnętrz	Podgrupa obsługi obiektów	21-41 00 00 Stan surowy
D. Obsługa obiektu	Klimatyzacja	21-51 00 00 Obsługa obiektu
E. Wyposażenie obiektu i meblowanie	Podgrupa – infrastruktura techniczna i zagospodarowanie placu budowy	21-61 00 00 Wyposażenie obiektu i meblowanie
F. Konstrukcje specjalne i roboty rozbiórkowe	Podgrupa procesów mechanizacji	21-71 00 00 Uzbrojenie terenu i infrastruktura
G. Zagospodarowanie placu budowy	Sprzęt	21-81 00 00 Sprzęt specjalny
Z. Inne	Sprzęt do osuszania	–
–	Sprzęt do oczyszczania i magazynowania	–

* Źródło: opracowanie własne na podstawie wybranych klasyfikacji

Porównanie klasyfikacji w formatach Uniformat II, Masterformat i OmniClass (tabela 21 klasyfikacji Omniclass, kryterium podziału elementy) przedstawiono w tabeli 2. Szczegółowy przykład klasyfikacji roboty w opisywanych systemach klasyfikacji polegającej na wykonaniu ścian zewnętrznych pokazano w tabeli 3.

Tabela 3

Przykład opisu o różnym stopniu szczegółowości ścian zewnętrznych wg przykładowych klasyfikacji

Poziom klasyfikacji	Kod wg danej klasyfikacji		
	Masterformat	**Uniformat II**	**Omniclass**
Poziom 1	B Stan surowy	B Stan surowy	21- 41 00 00 Konstrukcja
Poziom 2	B20 Zewnętrzne osłony	B20 Osłony zewnętrzne	21-41 51 00 Osłony
Poziom 3	B2010 Zewnętrzna powierzchnia ścian	B2010 Ściany zewnętrzne	21-41 51 11 Pionowe osłony
Poziom 4	B2010.xx Powłoki wysokiej jakości	–	21-41 51 11 11 Ściany zewnętrzne
Poziom 5	B2010.yy Gruntowanie z zawartością cynku	–	–

* Źródło opracowanie własne na podstawie wybranych klasyfikacji

Istnieją spore podobieństwa między klasyfikacjami elementów lub robót budowlanych, stosowanymi w krajach europejskich. Jednak podobieństwa te często ograniczają się do nazewnictwa – grupy kosztów i elementy o tych samych nazwach znacznie różnią się zakresem rzeczowym prac w nich ujętych [2]. Klasyfikacje te są również wielopoziomowe, w przypadku klasyfikacji Uniformat II opis elementu następuje tylko za pomocą 3 poziomów, w pozostałych dwóch przypadkach potrzeba aż 4–5 poziomów (tab. 3). Klasyfikacja Masterformat dodatkowo pozwala na wprowadzenie własnego opisu i kodowania na poziomach 4 i 5. Pomimo tych różnic cel klasyfikacji pozostaje taki sam – uporządkowanie olbrzymiej ilości informacji o prowadzonej inwestycji w celu ułatwienia jej wykorzystania oraz kontroli inwestycji.

5. Wnioski

Przedstawione systemy klasyfikacji są obecnie stosowane do:
- szacowania kosztów w każdej fazie inwestycji budowlanej,
- klasyfikowania specyfikacji technicznych,
- klasyfikowania wymagań technicznych,
- wstępnego opisu projektu,
- klasyfikowania robót w harmonogramach i *Cash Flows*,
- opisu warstw w programach CAD,
- analiz ryzyka,
- analiz cyklu życia obiektu (*Life-Cycle Cost*),
- tworzenia list sprawdzeń (*Checklists*) w inżynierii kosztów,
- tworzenia list sprawdzeń (*Checklists*) w celu kontroli poprawności wykonania projektu,
- tworzenia raportów o postępach robót dla płatności zewnętrznych,
- oszacowań stanu technicznego budynku,
- klasyfikacji informacji o projekcie architektonicznym, konstrukcyjnym i kosztach dla instrukcji technicznych i elektronicznych baz danych etc. [1].

Wraz z dynamicznym rozwojem cyfrowych technologii wymiany danych, planowania i prowadzenia przedsięwzięć budowlanych z wykorzystaniem idei modelowania informacji o budynku (*Building Information Modelling*) istnieje konieczność wprowadzenia w Polsce powszechnie używanego systemu klasyfikacji informacji. Rozwój idei BIM, pozwalającej na przechowywanie danych o inwestycji budowlanej w jednym pliku (w jednym formacie) powoduje powstawanie licznych aplikacji wykorzystujących przechowywane dane (np. do szacowania kosztów, planowania zagospodarowania placu budowy, harmonogramowania i symulacji przebiegu budowy) wręcz wymusza przyjęcie klasyfikacji porządkującej obieg informacji w prowadzonej inwestycji.

Najlepszym rozwiązaniem wydaje się zastosowanie znanego na świecie systemu Omniclass ze względu na jego rozbudowanie i wynikające z tego duże możliwości. Klasyfikacja Omniclass składająca się z 15 powiązanych tablic klasyfikujących informacje budowlane pozwala na opis inwestycji budowlanej ze względu na funkcję lub formę obiektów lub robót budowlanych wg elementów, produktów, rezultatów prac, materiałów itp. Pozwala to na zastosowanie jej w każdej fazie prowadzonej inwestycji oraz do różnorodnych celów.

Literatura

[1] Charette R., Marshall A., *Uniformat II Elemental classification for Building Specifications, Cost Estimating, and Cost Analysis*, NIST BFRL Office of applied Economics, NISTIR6389, October 1999.

[2] Czarnigowska A., *Struktura podziału prac w planowaniu kosztów budowy*, Czasopismo Techniczne 1-B/2010, Wydawnictwo PK, Kraków 2010, 11-22.

[3] Johnson R.W., *Masterformat 2004 Edition: Master List of Numbers and Titles for the Construction Industry*, Alexandria, Va., The Construction Specifications Institute, 2004.

[4] Jørgensen K.A., *Building Concepts and Classifications*, Aalborg University – Department of Production, Draft version 13 / 2010-08-04.

[5] Praca zbiorowa, Izba Projektowania Budowlanego, Stowarzyszenie Kosztorysantów Budowlanych, Zrzeszenie Biur Kosztorysowania Budowlanego, *Środowiskowe Zasady Obliczania Wartości Kosztorysowej Inwestycji Budowlanych*, Wyd. IPB, 2003.

[6] *WKI Wartość kosztorysowa inwestycji – wskaźniki cenowe*, Wyd. PROMOCJA, (kwartalnik).

[7] Building Cost Information Service (www.bcis.co.uk/downloads/Standard_Form_of_Cost_Analysis_ Forms.pdf, dostęp: 12.07. 2011 r.).

[8] MasterFormat (www.masterformat.com).

[9] OmniClass (www.omniclass.org).

[10] Uniformat (www.uniformat.com).

[11] Ziolko J., *Dokumenty w zarządzaniu inwestycjami*, Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, Wrocław 1995.

TREŚĆ

Ciurej H.: Interakcja inercyjnych obciążeń ruchomych i kładki dla pieszych 3
Kogut J.P., Zięba J.: Zdalny i zautomatyzowany pomiar osiadań w laboratoryjnych badaniach gruntu budowlanego..... 27
Kwiecień A.: Redukcja koncentracji naprężeń po naprawie polimerowym złączem podatnym..... 37
Leśniak A.: Przyczyny opóźnień budowy w opiniach wykonawców..... 57
Mikołajek M.: Nieliniowe zagadnienie deformacji dwuskładnikowego ośrodka porowatego o indukowanej anizotropii przepływu 69
Nowak-Michta A.: Wytrzymałość na ściskanie betonów z dodatkiem popiołu lotnego krzemionkowego 77
Piekarczyk M.: Zastosowanie połączeń klejonych w konstrukcjach metalowych 99
Świerczek M.: Wpływ określonych szkód górniczych na ławy rusztu fundamentowego 139
Zima K.: Charakterystyka najczęściej stosowanych na świecie systematyk robót budowlanych 157

CONTENTS

Ciurej H.: Interaction among moving inertial loads and footbridge..... 3
Kogut J.P., Zięba J.:Automatic remote measurements of the settlements in laboratory tests of soil 27
Kwiecień A.: Reduction of stress concentration after repair using of polymer flexible joint..... 37
Leśniak A.: Causes of construction delays from the viewpoint of contractors..... 57
Mikołajek M.: Non-linear problem of deformation of two phase porous media with induced anisotropic permeability 69
Nowak-Michta A.: Compressive strength of siliceous fly ash concretes..... 77
Piekarczyk M.: Application of glued connections in metal structures..... 99
Świerczek M.: The influence of prescribed mining damages on the strip foundation framework 139
Zima K.: Characteristic of the most commonly used construction work systematics in the world..... 157